

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Механико-математический факультет

Кафедра функционального анализа

Аннотация к дипломной работе

«Преобразование Фурье банаховозначных функций»

Ярошевич Юрий Владимирович

Научный руководитель – доцент Яблонская А. Г.

2014

РЕФЕРАТ

Дипломная работа: 28 страниц, 4 литературных источников.

Ключевые слова: ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ, ТОЖДЕСТВО ПАРСЕВАЛЯ, ПРОСТРАНСТВО КВАДРАТИЧНО ИНТЕГРИРУЕМЫХ БАНАХОВОЗНАЧНЫХ ФУНКЦИЙ, ИНТЕГРАЛ БОХНЕРА, ОГРАНИЧЕННЫЙ ОПЕРАТОР, НЕРАВЕНСТВО ХИНЧИНА, СИСТЕМА ФУНКЦИЙ РАДЕМАХЕРА, НОРМА, СИЛЬНАЯ ИЗМЕРИМОСТЬ, ГИЛЬБЕРТОВО ПРОСТРАНСТВО, БАНАХОВО ПРОСТРАНСТВО.

Объект исследования – пространство квадратично интегрируемых банаховозначных функций $L_2(R, X)$, заданных на действительной оси; предметом исследования является преобразование Фурье на пространстве квадратично интегрируемых банаховозначных функций $L_2(R, X)$.

Цель работы: установить связь между ограниченностью преобразования Фурье и гильбертизуемостью банахова пространства X .

Методы исследования: функционального и гармонического анализа.

Полученные результаты и их новизна: В первой главе рассматривается преобразование Фурье в пространстве $L_2(R)$ и объясняется, почему определение преобразования Фурье, данное для $L_1(R)$ не подходит для случая $L_2(R)$ и как ввести преобразование Фурье на $L_2(R)$, доказывается ограниченность оператора преобразования Фурье.

Во второй главе определяется пространство квадратично интегрируемых банаховозначных функций $L_2(R, X)$, вводится понятие интеграла Бохнера и определяется норма в пространстве $L_2(R, X)$ и показывается, что преобразование Фурье ограничено в том случае, когда пространство X – гильбертово.

В третьей главе с помощью аппарата теории вероятностей показывается, что преобразование Фурье ограничено в пространстве квадратично интегрируемых банаховозначных функций $L_2(R, X)$ тогда и только тогда, когда пространство X изоморфно гильбертовому пространству.

Область возможного практического применения: функциональный и гармонический анализ.

ABSTRACT

Diploma thesis: 28 pages, 4 reference sources.

Key words: FOURIER TRANSFORM, PARSEVAL EQUALITY, SPACE OF SQUARE-INTEGRABLE BANACH-VALUED FUNCTIONS, BOCHNER INTEGRAL, BOUNDED OPERATOR, KHINCHIN INEQUALITY, RADE-MACHER SYSTEM, NORM, STRONG MEASURABILITY, HILBERT SPACE, BANACH SPACE.

Object of research – space of square-integrable Banach-valued functions $L_2(R, X)$, which are defined on a real line and the subject of research is Fourier transform defined in space of square-integrable Banach-valued functions $L_2(R, X)$.

Purpose of the work: to find a connection between boundedness of Fourier transform and hilbertation of Banach space X .

Research methods: functional and harmonic analysis.

Obtained results and their novelty: In the first chapter we are talking about Fourier transform in $L_2(R)$ space. There is explanation of why the definition given for Fourier transform in $L_1(R)$ space is not suitable for $L_2(R)$ space and how to define it in $L_2(R)$. There is a prove of Fourier transform boundedness in $L_2(R)$.

In the second chapter there is a definition of space of square-integrable Banach valued functions $L_2(R, X)$. We also define Bochner integral and norm in $L_2(R, X)$ space. Also second chapter is showing that Fourier transform is bounded if X is a Hilbert space.

In the third chapter with help of Theory of Probability we are showing that Fourier transform is bounded in space of square-integrable Banach-valued functions $L_2(R, X)$ if and only if X is isomorphic to a Hilbert space.

Area of possible practical application: functional and harmonic analysis.