

УДК 621.391

Никитенок, В. И. Быстрые непараметрические алгоритмы обнаружения сигналов / В. И. Никитенок. – Минск : БГУ, 2010. – 131 с. : ил. – ISBN 978-985-518-405-9.

Изложены основы теории и применения быстрых непараметрических алгоритмов обнаружения сигналов, работающих в реальном масштабе времени. Рассмотрены обнаружение слабых оптических сигналов (обнаружители Манна – Уитни, Вальда – Вольфовица и модифицированный знаковый обнаружитель), последетекторное обнаружение радиолокационных сигналов (обнаружитель Манна – Уитни).

Для специалистов в области радиофизики, аэрокосмических радиоэлектронных и информационных систем и технологий, физики, прикладной математики и информатики, занимающихся разработкой и использованием радиоэлектронных систем различного назначения, а также для аспирантов, магистрантов и студентов, специализирующихся в указанных направлениях.

Ил. 69. Библиогр. : 131 назв.

Р е ц е н з е н т ы:

член-корреспондент НАН Беларуси,
доктор физико-математических наук, профессор *Ю. С. Харин*;
кандидат физико-математических наук,
доцент *С. С. Ветохин*

ISBN 978-985-518-405-9

© Никитенок В. И., 2010
© БГУ, 2010

*Посвящается 25-летию кафедры
противовоздушной обороны
военного факультета в Белорусском
государственном университете*

ПРЕДИСЛОВИЕ

Вопросы обнаружения полезных сигналов на фоне помех решаются во многих областях науки и техники: в физике, радио- и оптической локации и связи, радионавигации, радиоастрономии, автоматическом управлении, гидроакустике, сейсмологии и др. Многими специалистами отмечается, что в последнее время в задачах обнаружения сигналов все чаще привлекают внимание непараметрические алгоритмы. Это обусловлено их известными достоинствами. С одной стороны, они функционируют в условиях довольно широкой и реалистической модели входных воздействий, с другой – обладают высокой эффективностью. Если верна параметрическая модель, потери эффективности при переходе от параметрических к непараметрическим алгоритмам незначительны. При отклонении истинных распределений от расчетных эффективность непараметрических алгоритмов по сравнению с фиксированными параметрическими резко возрастает.

Известно, что непараметрические обнаружители, функционирующие в реальном времени, такие как, например, знаковые, заметно уступают в эффективности более мощным ранговым обнаружителям. Однако последние требуют выполнения операций запоминания и упорядочения данных. По этой причине работа таких обнаружителей до недавнего времени в реальном масштабе времени оказывалась невозможной. С появлением перемешанных непараметрических тестов и цифровых интегральных схем микроэлектроники, обладающих высоким быстродействием, эта задача для определенных моделей сигналов в радио- и оптическом диапазонах была решена. Актуальным является расширение этого модельного ряда и поиск новых путей обеспечения работы в реальном масштабе времени эффективных непараметрических алгоритмов обнаружения сигналов, основанных на рангах и предусматривающих выполнение операций запоминания и упорядочения анализируемых данных. Актуальность значимо возрастает для случаев малого отношения сигнала к помехе. Указанные обнаружители в работах автора и выступлениях на международных конференциях названы «быстрыми» по аналогии с примерами из других областей науки и техники. Например, в известном справочнике «Радиоэлектронные системы: основы построения и теория»

под ред. Я. Д. Ширмана п.19.7 назван «Основы быстрой обработки во временной области».

Этой проблеме и посвящена данная монография. В ее основу положены результаты исследований автора и доступные ему материалы публикаций отечественных и зарубежных авторов.

Книга состоит из двух частей, включающих 10 глав, введение, список основных условных обозначений и сокращений, библиографию. Первая часть (главы 1–5) содержит основы теории быстрого непараметрического обнаружения сигналов, вторая (главы 6–10) – собственно быстрые непараметрические алгоритмы обнаружения сигналов и их анализ. По нашему мнению, такой порядок изложения материала наиболее рационален и позволяет более глубоко и детально изучить соответствующие вопросы. Первая часть прежде всего адресована тем, кто интересуется теорией непараметрической статистики, с практическим применением теорий ознакомит вторая часть. В главе 1 на примерах анализа показателей качества радиолокационного обнаружителя и адаптивного обнаружения слабых оптических сигналов рассматриваются проблемы обеспечения эффективной работы РЭС в условиях априорной неопределенности относительно интенсивности помех, что, собственно говоря, обосновывает и конкретизирует актуальность материала монографии. В главе 2 излагаются основы быстрых непараметрических алгоритмов обнаружения пуассоновских сигналов и дается предварительная оценка их эффективности. Выводы сделаны при «параметрическом» подходе к использованию непараметрических алгоритмов, когда вид распределения сводится к экспоненциальному. Материал главы 2 используется далее в главах 3, 4, 6. Глава 3 посвящена выбору непараметрических тестов, в том числе и с учетом указанного выше «параметрического» подхода. В главе 4 с опорой на материалы глав 2 и 3 рассматривается быстрая непараметрическая проверка простой гипотезы относительно параметра экспоненциального распределения. В главе 5 представлены основы теории быстрых непараметрических алгоритмов обнаружения сигналов, синтезированы перемешанные непараметрические тесты как тесты проверки сложной гипотезы относительно простой альтернативы. Получены их показатели качества при принятии решения и оценивания. Рассмотрены особенности непараметрического обнаружения сигналов при коррелированных отсчетах помехи и последовательное непараметрическое обнаружение. Материал главы 5 используется далее в главах 6–10. Содержание главы 6 опирается на материал главы 4 и посвящено непараметрическому обнаружению слабых оптических сигналов. В главах 7–10 рассматривается непараметрическое последетекторное обнаружение радиолокационных сигналов: в

главе 7 – при фиксированных и независимых отсчетах помехи, в главе 8 – при фиксированных коррелированных отсчетах помехи (адаптивное обнаружение), в главе 9 – последовательное обнаружение, в главе 10 – обнаружение многочастотного радиолокационного сигнала.

Особенностью монографии является доступное представление теоретических результатов. Доведение их до простых алгоритмов с графической иллюстрацией теории компьютерными расчетами.

Еще до процесса написания книги оборвалась жизнь соавтора ряда представленных в ней материалов известного ученого и педагога Василия Александровича Кравцова, принимавшего деятельное участие в обсуждении получаемых результатов. Хотелось бы, чтобы данная монография послужила памятью его делам.

Особая признательность широко известному специалисту в области радиолокации доктору технических наук, профессору А. Е. Охрименко, который в свое время способствовал проведению научных исследований автора и их внедрению.

Автор выражает искреннюю благодарность рецензентам: заведующему кафедрой математического моделирования и анализа данных БГУ, директору НИИ прикладных проблем математики и информатики БГУ члену-корреспонденту НАН Беларуси Ю. С. Харину за большое внимание и руководство по ряду разработанных проблем и публикаций, заведующему кафедрой физико-химических методов лицензирования продукции БХТУ кандидату физико-математических наук, доценту С. С. Ветохину за замечания и предложения, способствовавшие улучшению книги.

Считаю своим приятным долгом выразить глубокую признательность руководству военного факультета БГУ, создавшему творческую атмосферу при написании книги, и коллегам по работе. С благодарностью хотелось бы упомянуть ученых, творческие встречи и дискуссии с которыми в свое время способствовали появлению материала ряда глав книги: томичей Ф. П. Тарасенко, В. П. Шуленина, Г. М. Кошкина; москвичей В. П. Кузнецова, Ю. С. Шинакова. Весьма значимыми были также общения с П. С. Акимовым (Москва). Автор признателен заведующему лабораторией НИИ прикладных проблем математики и информатики БГУ кандидату физико-математических наук, доценту М. С. Абрамовичу за прочтение рукописи и ее обсуждение, сотрудникам Управления редакционно-издательской работы БГУ за помощь при подготовке рукописи к печати.

Предложения и замечания просьба направлять автору по адресу: военный факультет в Белорусском государственном университете, ул. Октябрьская, 4, Минск, 220030, Республика Беларусь; e-mail: nikitsvi@bsu.by, nikitsionakvi@mail.ru.

СПИСОК ОСНОВНЫХ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ И СОКРАЩЕНИЙ

- F – условная вероятность ложной тревоги (уровень значимости)
- D – условная вероятность правильного обнаружения (мощность правила принятия решения)
- M – количество одиночных сигналов в ограниченной последовательности
- N_0 – спектральная плотность внутреннего шума
- $E\{x\}$ – математическое ожидание случайной величины X
- $V\{x\}$ – дисперсия случайной величины X
- $F(x)$ – функция распределения случайной величины X
- $f(x)$ – плотность распределения непрерывной случайной величины X
- $|X|$ – модуль числа X
- $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$ – функция распределения стандартного нормального закона (интеграл вероятности)
- $\Phi^{-1}(x)$ – функция, обратная интегралу вероятности
- $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция от (\cdot)
- РЭС – радиоэлектронные системы
- РЛС – радиолокационная станция

ВВЕДЕНИЕ

Для современных РЭС различного назначения характерным является функционирование при тех или иных уровнях априорной неопределенности относительно помеховой обстановки [1–3].

Полная априорная неопределенность является, скорее всего, экзотикой применительно к практическим задачам. Реально априорные сведения сводятся лишь к частичному знанию законов распределения сигналов и помех, ограниченного числа их параметров. На практике часто встречаются взаимосвязанные модели сигналов, специфичные для различных целей: релеевское распределение амплитуд и экспоненциальное эффективных площадей, обобщенное релеевское распределение амплитуд и экспоненциальное – эффективных площадей, распределение Накагами амплитуд и гамма-распределение эффективных площадей, логарифмически нормальное распределение амплитуд и эффективных площадей, распределение Джонсона и бета-распределение [1–5, 19]. Известен целый ряд моделей негауссовских помех, в том числе квазирелеевские распределения амплитуд помех (распределения Вейбулла), распределения логарифмов амплитуд помех (распределения Гумбеля) [1].

Таким образом, при проектировании РЭС надо решать задачи обнаружения сигналов в помехах, когда их статистические характеристики заранее могут быть неизвестны либо подвержены изменениям.

Поэтому актуальной является задача разработки и исследования обнаружителей, устойчивых к изменению статистических характеристик помех (адаптивных, непараметрических, робастных и других), показатели качества которых мало отличаются от показателей качества оптимальных алгоритмов.

В зависимости от наличия и характера априорной информации о статистических характеристиках обрабатываемых входных воздействий различают параметрическую и непараметрическую неопределенность.

В случае параметрической априорной неопределенности известные плотности распределения вероятностей имеют неизвестные параметры (например, математическое ожидание и дисперсия для гауссовского распределения), которые могут изменяться во времени случайным образом. Для обеспечения устойчивого к внешним условиям функционирования алгоритмы должны осуществлять предварительную оценку неизвестных параметров помехи по дополнительной (обучающей) выборке с последующим использованием этих оценок для нормировки входных сигналов

обнаружителя или для управления порогом обнаружения. Такие обнаружители получили название адаптивных, а также обнаружителей с постоянной вероятностью ложного обнаружения (ПВЛО) или с постоянным уровнем ложных тревог (по терминологии П. А. Бакулева – сокращенно ПУЛТ-процессор; англ.: constant false alarm rate (CFAR) processor) [6, 7]).

Следует отметить, что задача адаптации обнаружения существенно усложняется, когда неизвестны несколько параметров или вид функций распределения, участвующих в задаче обнаружения сигналов. Поэтому такие обнаружители оказываются весьма сложными и нереализуемыми для работы в реальном масштабе времени [1]. При неизвестном распределении помехи неясны и способ и качество адаптации [2].

При непараметрической априорной неопределенности неизвестно выражение для плотности распределения вероятностей помехи и смеси сигнала с помехой, а о различии этих распределений имеются только сведения общего характера (например, различия в сдвиге, масштабе и др.). В этом случае устойчивые алгоритмы обнаружения базируются на алгоритмах проверки непараметрических статистических гипотез [8, 9, 10]. Получаемые при этом непараметрические алгоритмы обнаружения (главным образом, знаковые и ранговые) обладают независимостью (инвариантностью) вероятности ложной тревоги от плотности распределения вероятностей помехи. Можно полагать, что именно поэтому в последнее время, как отмечается в [3], в задачах обнаружения сигналов все чаще привлекают внимание непараметрические методы. В [11] констатируется – рамки области обнаружения сигналов очень широки и одно из интересных и важных областей включает непараметрическое обнаружение [12–14].

Заметим, в [3] непараметрические обнаружители названы непараметрическими ПУЛТ-процессорами.

Активная разработка непараметрических алгоритмов обнаружения сигналов обусловлена их известными достоинствами [2, 3, 9]. С одной стороны, они функционируют в условиях довольно широкой и реалистической модели, с другой – обладают высокой эффективностью. Если верна параметрическая модель, потери эффективности при переходе от параметрических к непараметрическим алгоритмам незначительны. При отклонении истинных распределений от расчетных эффективность непараметрических алгоритмов по сравнению с фиксированной параметрической резко возрастает. Поэтому применение непараметрической обработки особенно целесообразно как с точки зрения стабилизации вероятности ложной тревоги, так и с точки зрения эффективности (вероятности) обнаружения в том случае, когда распределение помехи отлично от нормального.

Приведем интересный и важный для практики обнаружения сигналов факт. Использование непараметрических алгоритмов обработки представляется целесообразным и в случае обнаружения сигнала на фоне нормаль-

ной помехи неизвестной интенсивности. В обнаружителях наблюдается заметная и критичная зависимость условной вероятности ложной тревоги от мощности помехи, коэффициента усиления приемника и порогового уровня обнаружения. Для различных ситуаций обнаружения радиолокационных сигналов доказано, что изменение одной из этих величин на 10–20 % приводит к возрастанию условной вероятности ложной тревоги на несколько порядков [3, 15, 16, 17]. Поэтому поддерживать стабильность работы приемника или измерять мощность помехи следует с точностью, которую трудно реализовать на практике [3]. Вместе с тем задача стабилизации на заданном уровне условной вероятности ложной тревоги при изменении статистических характеристик помех является практически важной особенно в автоматических и цифровых обнаружителях [1, 18].

Еще один практически важный вывод, отмечаемый в [2, 3, 19]. Кроме того, что реально существуют помехи, отличные от нормальной модели, в ряде случаев надо отказываться и от ее гауссовой модели, которая традиционно считается нормальной. Оказывается, точность аппроксимации реального распределения нормальным законом на практике достаточно высока для средней части кривой распределения (плотности вероятности). На «хвостах» кривой точность быстро убывает по мере удаления от ее средней части. Вместе с тем специфика некоторых систем обнаружения такова, что вероятность ложной тревоги должна быть незначительной (10^{-3} – 10^{-12}), не характерной для вероятностей ошибок, с которыми имеет дело классическая статистика. Указанным вероятностям соответствуют именно «хвосты» распределения помехи, где нормальная аппроксимация распределения неприемлема.

Таким образом, одно из актуальных направлений преодоления априорной неопределенности связано с применением эффективных непараметрических тестов. В настоящее время широко распространены непараметрические обнаружители, базирующиеся на знаковых, ранговых и знаково-ранговых тестах [1–3, 20, 30]. Особым вниманием пользуются более эффективные ранговые обнаружители сигналов. Они, в отличие от знаковых обнаружителей, учитывают не только факт, но и степень расхождения входных данных сигнального канала от опорного (для двухканальных обнаружителей). Однако ранговые алгоритмы, будучи нелинейными, инерционны. Это связано с тем, что переход от обычного выборочного вектора к ранговому невозможен без запоминания всей выборки с последующим ее ранжированием [1, 3, 21]. При этом число операций над N выборочными значениями достигает N^2 [9, 10]. Для вычисления статистики непараметрического теста необходимо произвести довольно большой объем логических и алгебраических операций, который особенно велик при малых отношениях сигнала к шуму, когда величина N может быть порядка сотен и тысяч. Поэтому до недавнего времени работа таких непараметрических обнаружителей в реальном масштабе времени

оказывалась нереальной [9, 19]. Во многом благодаря работам Фойстелла и Дэвиссона [22–24] по перемешанным непараметрическим тестам, посвященным поиску путей обхода этих трудностей, и появлению цифровых интегральных схем микроэлектроники, обладающих высоким быстродействием, возможность практического создания эффективных непараметрических обнаружителей сигналов стала реальной [2, 9, 25].

В этом плане заметная роль принадлежит П. С. Акимову, который в работе Б. И. Шахтарина [3] отмечен как признанный в России и за рубежом высококлассный и эрудированный специалист в области непараметрического обнаружения сигналов и оценки их параметров. Его работы и других авторов этого направления связаны с обработкой определенных моделей радиолокационных и оптических сигналов. И актуальным представляется расширение направлений поиска и исследования непараметрических алгоритмов обнаружения оптико- и радиолокационных сигналов, основанных на рангах и функционирующих в реальном или близком к реальному масштабу времени, и особенно в случаях малого отношения сигнала к помехе. Такие обнаружители в работах автора и выступлениях на международных конференциях названы «быстрыми» по аналогии с примерами из других областей науки и техники. Например, «Основы быстрой обработки во временной области» [1], «Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений» [26], «Быстрые преобразования Фурье и алгоритмы вычислений свертки» [27], «Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов» [28], «Быстрые методы статистической обработки в планировании экспериментов» [29].

В связи с указанным автор на основе известных публикаций и многолетних собственных исследований в составе творческих коллективов предлагает вариант решения представленной проблемы. В монографии обеспечение работы непараметрических обнаружителей, основанных на рангах, в реальном времени решается по двум направлениям: первое связано с допущением «параметрического» подхода к применению непараметрических тестов, второе – с использованием подхода, реализованного в перемешанных непараметрических тестах. По обоим направлениям синтезированы быстрые непараметрические алгоритмы обнаружения сигналов и представлены примеры практической реализации с анализом показателей качества. Применение полученных теоретических результатов представлено в книге двумя существенно различными по назначению, но актуальными практическими приложениями: 1) быстрое непараметрическое обнаружение слабых оптических сигналов; 2) быстрое непараметрическое последетекторное (некогерентное) обнаружение радиолокационных сигналов, включающее обнаружение при фиксированных и независимых отсчетах помехи, при фиксированных коррелированных отсчетах помехи (адаптивное обнаружение), последовательное обнаружение, обнаружение многочастотного радиолокационного сигнала.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ БЫСТРЫХ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ

Глава 1

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ ЛОЖНОЙ ТРЕВОГИ И АДАПТИВНОМ ОБНАРУЖЕНИИ СИГНАЛОВ

В главе приводятся количественная оценка устойчивости вероятности ложной тревоги в автоматическом радиолокационном обнаружителе и анализ качественных показателей адаптивного обнаружения слабых оптических сигналов в условиях априорной неопределенности относительно интенсивности помех. Основные результаты представлены в работах автора [18–22].

1.1. Оценка устойчивости вероятности ложной тревоги в автоматическом радиолокационном обнаружителе

Обнаружение целей является важнейшей функцией РЛС [1]. Выполнение этой функции может протекать в таких условиях, когда вероятностные характеристики радиолокационного фона не только изменяются в пределах известных моделей, но и вообще неизвестны [2]. В определенной части современных РЛС решение о наличии цели обычно принимает человек-оператор. В [9] показано, что в указанных условиях хорошо обученный оператор обеспечивает постоянство (устойчивость) вероятности ложной тревоги, необходимое для качественной работы радиолокационной системы в целом.

В системах автоматической обработки радиолокационной информации поддержание стабильным уровня вероятности ложной тревоги свя-

зано с трудностями принципиального характера, вызванными разнообразием реальных радиолокационных ситуаций. Этот факт отмечался десятилетия назад, например в [2]. Анализируется он и в современной литературе для конкретных видов сигналов и помех. Так, в [3] приводятся расчеты со ссылками на [4, 5, 6] для случая обнаружения одиночного сигнала на фоне помех. Вместе с тем практический интерес представляет анализ характеристик обнаружения накопителей флуктуирующих сигналов, рассмотренных еще в [7] и в более поздней работе [8]. Важно выделить ряд особенностей [7, 8], которые отмечены в [8]: все вопросы радиолокационного наблюдения изложены без искусственного, но ставшего традиционным разделения радиолокации на импульсную и непрерывную; равноправном учете не только шумовой составляющей радиолокационного фона, но и коррелированной составляющей в виде мешающих отражений от распределенных рассеивающих частиц как при импульсных, так и при непрерывных зондирующих сигналах с любым законом модуляции; с единых позиций рассмотрены закономерности междупериодной обработки последовательности флуктуирующих сигналов как на этапе компенсации мешающих отражений, так и на этапе накопления сигналов. Полученные для таких широких условий характеристики обнаружения накопителей флуктуирующих сигналов позволяют оценить границы устойчивости вероятности ложной тревоги, соответствующие крайним случаям полностью когерентного и некогерентного накопления соответственно. Важно и то, что имеется возможность вести простой инженерный анализ и расчет.

Структурная схема обнаружителя в [7, 8] содержит (рис. 1.1) устройства внутрипериодной (УВПО) и междупериодной обработки (УМПО), когерентной компенсации мешающих отражений (УККМ), когерентного накопления полезного сигнала (УКН), некогерентного накопления (УНН) полезного сигнала и пороговое устройство (ПУ, Z, Z_* – квадрат модуля корреляционного интеграла и порог обнаружения соответственно; A_1, A_0 – решения «цель есть» и «цели нет»). В известных публикациях Я. Д. Ширмана, Б. И. Шахтарина, Н. Rohling и других авторов анализ устойчивости условной вероятности для указанного обнаружителя не приводится. Такой анализ представлен в настоящем параграфе.

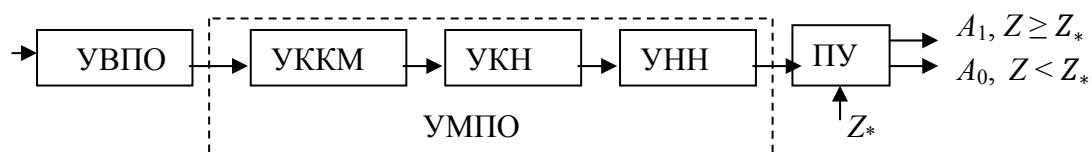


Рис. 1.1. Структурная схема обнаружителя

Отметим также, что обеспечение постоянства вероятности ложной тревоги актуально и при цифровой обработке радиолокационной информации, когда необходимо фиксировать уровень ложной тревоги.

Для рассматриваемого случая спектральная плотность радиолокационного фона, используемая в расчетах показателей качества обнаружения, равна [7]

$$N_{\phi} = N_0 + N_{\Pi}/\nu, \quad (1.1)$$

где N_0 , N_{Π} – спектральная плотность внутреннего шума и мешающих отражений соответственно; ν – эффективность когерентной компенсации ($\nu_{\text{КК}}$) или m -кратного череспериодного вычитания (ν_m):

$$\nu_{\text{КК}} = (1 + (r_{\Pi} r_M)^2 - 2r_{\Pi} r_M \cos(\Omega_{D_c} + \Omega_{D_{\Pi}})T_{\Pi}) / (1 - (r_{\Pi} r_M)^2), \quad (1.2)$$

где $r_{\Pi} = e^{-T_{\Pi}/\tau_{\Pi}}$, $r_M = e^{-2/M}$ – коэффициенты междупериодной корреляции флуктуаций мешающих отражений и ограниченной последовательности M одиночных сигналов; T_{Π} – период повторения зондирующего сигнала; Ω_{D_c} , $\Omega_{D_{\Pi}}$ – доплеровские добавки частоты отраженного сигнала и мешающих отражений; τ_{Π} – время корреляции флуктуаций мешающих отражений;

$$\nu_m = (m(1 - r_{\Pi} r_M) / (2m - 1) + m!(1 - r_a r_b)^m)^{-1}, \quad (1.3)$$

где $r_b = e^{-\sigma_{\Delta\text{РК}}^2/2}$ – коэффициент корреляции, характеризующий мнимое расширение спектра флуктуаций мешающих отражений, вызванное порывами ветра; $\sigma_{\Delta\text{РК}}^2 = (4\pi T_{\Pi}/\lambda)\sigma_{\text{в}}^2$ – дисперсия ошибки ручной коррекции доплеровского набега фазы мешающих отражений за период повторения; $\sigma_{\text{в}}^2$ – дисперсия скорости ветра; $r_a \cong e^{-\pi T_{\Pi}^2/2t_{\Delta\theta}^2}$ – коэффициент междупериодной корреляции флуктуаций мешающих отражений, обусловленный сканированием характеристики направленности антенны; $t_{\Delta\theta}$ – время облучения цели.

В случае применения автокомпенсатора для расчета спектральной плотности фона необходимо знать коэффициент подавления помехи

$$K_{\Pi} = ((1 - (r_a r_b)^2)(1 + \Delta f_{\text{АК}}/\Delta f_0))^{-1}, \quad (1.4)$$

где Δf_0 , $\Delta f_{\text{АК}}$ – соответственно ширина спектра закона модуляции зондирующего сигнала и полоса пропускания замкнутой цепи самонастройки автокомпенсатора.

Из приведенных выражений следует, что $\nu_{\text{КК}}$, ν_m , K_{Π} реально являются случайными величинами. Поэтому даже при априори заданной модели

внутреннего шума и мешающих отражений и постоянных значениях их спектральных плотностей спектральная плотность радиолокационного фона изменяется случайным образом. Имеет место параметрическая априорная неопределенность. Это и может привести к существенному увеличению условной вероятности ложной тревоги. Сформулировано качественное утверждение. Практике нужны количественные закономерности, которые представлены автором в простой аналитической форме.

Известно также, что для обеспечения постоянства вероятности ложной тревоги можно оценивать средний уровень шума на выходе детектора устройства некогерентного накопления и использовать эту оценку для автоматической регулировки усиления или для управления порогом обнаружения. Понятно, что эта оценка выполняется с определенными ошибками. Поэтому вероятность ложной тревоги может существенно превышать допустимое значение, как и в ранее рассмотренном случае.

Оценим зависимость вероятности ложной тревоги от увеличения интенсивности шума, когда ее квадратурные составляющие распределены по гауссовому закону с нулевым математическим ожиданием. Вероятность ложной тревоги равна [7]

$$F = e^{-n_0\lambda_*} \sum_{m=0}^{n_0-1} [(n_0\lambda_*)^m / m!], \quad (1.5)$$

где $\lambda_* = Z_*/\bar{Z}_0$ – относительный порог обнаружения; \bar{Z}_0 – среднее результатов некогерентного накопления при отсутствии полезного сигнала, зависящее от N_ϕ ; n_0 – половина числа степеней свободы χ -квadrat распределения при наличии чистого шума.

При когерентном накоплении на всем интервале наблюдения $n_0 = 1$ и из (1.5) следует

$$F = e^{-\lambda_*}. \quad (1.6)$$

Если на всем интервале времени наблюдения реализуется некогерентное накопление, то $n_0 = M$ и из (1.5) получаем

$$F = e^{-M\lambda_*} \sum_{m=0}^{M-1} [(M\lambda_*)^m / m!]. \quad (1.7)$$

Для упрощения дальнейшего анализа воспользуемся следующим приближением выражения (1.7)

$$F \cong e^{-M\lambda_*} (M\lambda_*)^{M-1} / (M-1)!, \quad (1.8)$$

которое справедливо при $\lambda_* \gg (M-1)/M$.

Далее положим, что интенсивность фона увеличилась так, что \bar{Z}_0 возросло до \bar{Z}_{01} . Введем обозначение $\xi = \bar{Z}_{01}/\bar{Z}_0$. Тогда в случае когерент-

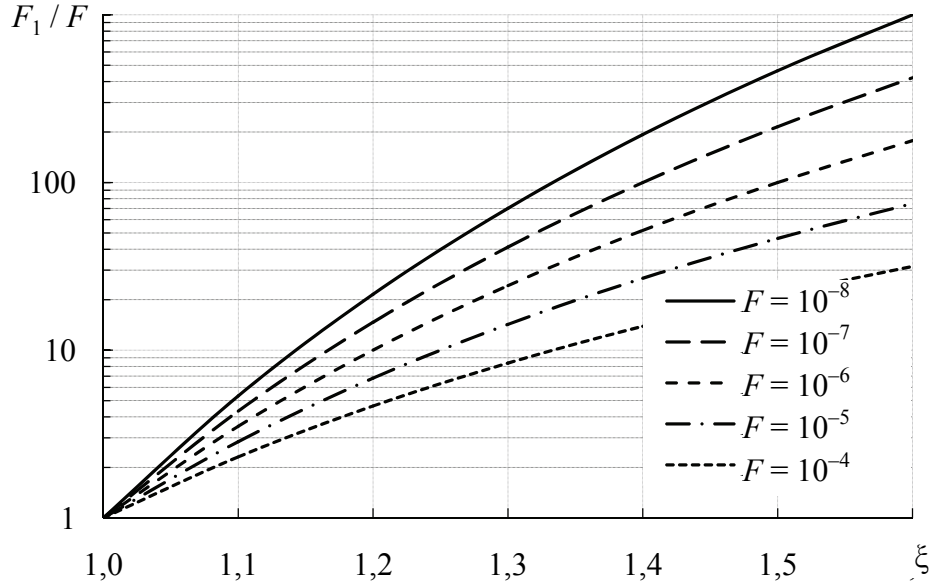


Рис. 1.2. Зависимость F_1/F от ξ при когерентном накоплении сигнала

ного накопления на всем интервале наблюдения вероятность ложной тревоги (1.6) возрастает и оказывается равной

$$F_1 = F^{1/\xi}. \quad (1.9)$$

Ясно, что при $\xi = 1$ имеем $F_1 = F$, а при увеличении ξ возрастает F_1 . Рассмотрим отношение F_1/F , показывающее, во сколько раз возрастает вероятность ложной тревоги при увеличении ξ :

$$F_1/F = F^{1/\xi - 1}. \quad (1.10)$$

На рисунке 1.2 (фиксированы F) и рис. 1.3 (фиксированы ξ) представлены графики зависимости (1.10). Видно, что в целом обнаружитель заметно чувствителен к изменениям интенсивности помехи. Реальная вероятность ложной тревоги в большей мере возрастает при меньших значениях задаваемой вероятности ложной тревоги. Так, неконтролируемое увеличение ξ на 20 % может привести к увеличению вероятности ложной тревоги на порядок: для задаваемого значения вероятности ложной тревоги 10^{-6} получаем 10^{-5} и в 21,5 раза для 10^{-8} .

Для случая некогерентного накопления на всем интервале наблюдения из (1.8) можно получить

$$F_1 \cong F \xi^{M-1} e^{M\lambda_*(1-1/\xi)} \quad (1.11)$$

или

$$\frac{F_1}{F} \cong \xi^{M-1} e^{M\lambda_*(1-1/\xi)}. \quad (1.12)$$

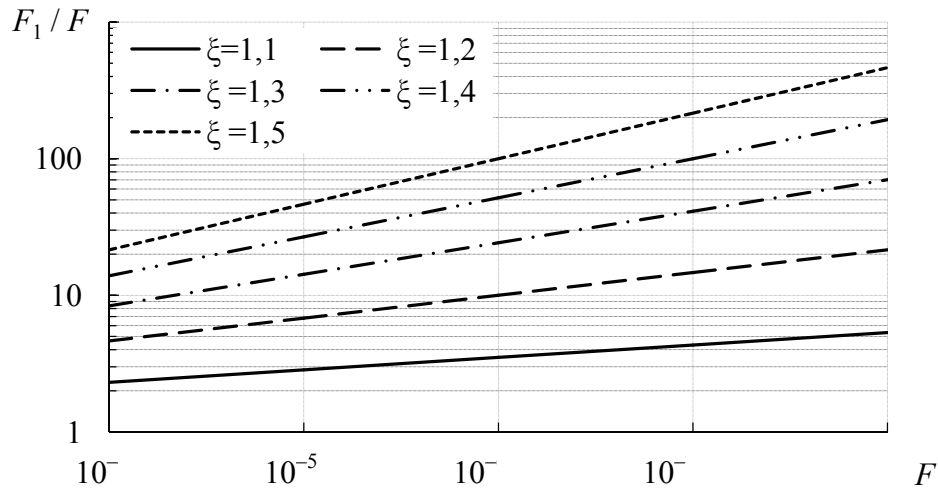


Рис. 1.3. Зависимость F_1/F от F при когерентном накоплении сигнала

Очевидно, что F_1 зависит не только от задаваемой вероятности ложной тревоги F и величины ξ но и от M и λ_* . Значения λ_* при заданных F и M можно найти из трансцендентного уравнения, получаемого с помощью несложных преобразований из (1.8)

$$\begin{aligned} (M-1)/M \ln \lambda_* - \lambda_* = \\ = (\ln(\sqrt{2\pi} F) - M + 1 + \ln(M/\sqrt{M-1}))/M + \ln((M-1)/M). \end{aligned} \quad (1.13)$$

Расчеты по (1.12) с учетом (1.13) представлены рис. 1.4–1.6 (для сравнения рисунки содержат и случай когерентного накопления). Анализ кривых указывает на упоминаемое выше существенное возрастание вероятности ложной тревоги при увеличении интенсивности фона. Особенно чувствителен к изменениям этой интенсивности обнаружитель, в котором выполняется некогерентное накопление на всем интервале наблюдения. И в этом случае обнаружитель в большей мере чувствителен к изменениям интенсивности помехи при меньших значениях вероятности ложной тревоги. С увеличением количества обрабатываемых импульсов возрастает и чувствительность обнаружителя к изменениям интенсивности помех.

Заметим, что если на определенной части времени наблюдения выполняется когерентное накопление, а на оставшейся – некогерентное, то кривые зависимости F_1/F от ξ будут располагаться между кривыми, представленными на рисунках и соответствующими двум крайним случаям: когерентного и некогерентного накопления на всем интервале наблюдения.

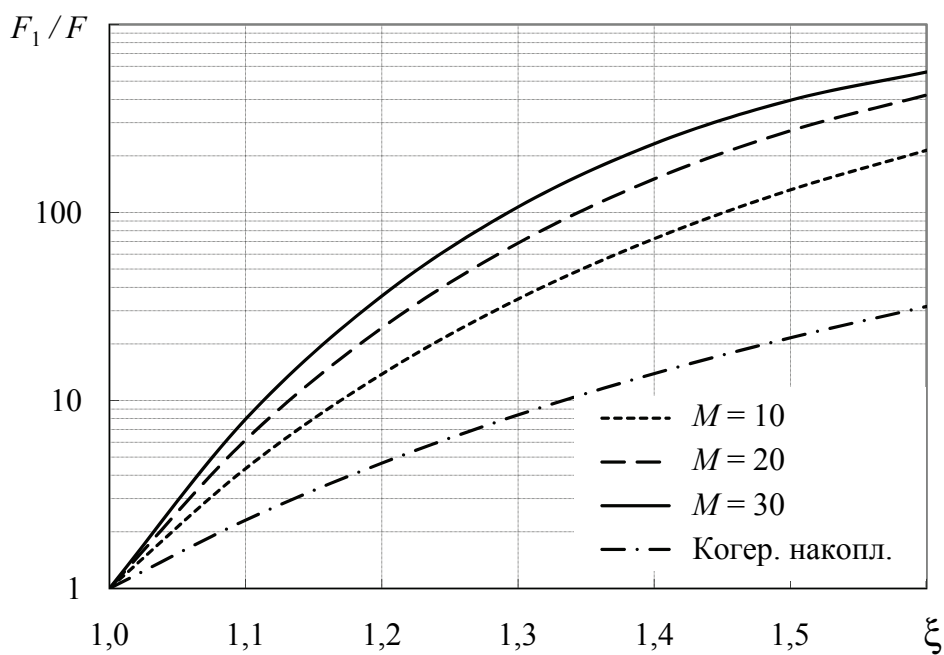


Рис. 1.4. Зависимость F_1/F от ξ при некогерентном накоплении сигнала ($F = 10^{-4}$)

Таким образом, рассмотренный обнаружитель последовательности радиолокационных сигналов весьма чувствителен к изменениям интенсивности фона.

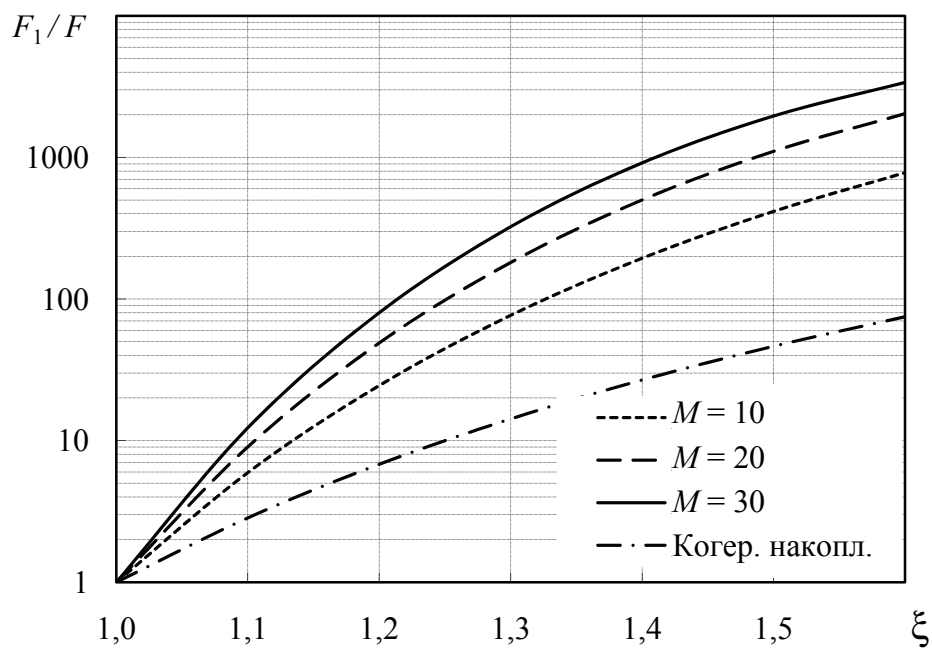


Рис. 1.5. Зависимость F_1/F от ξ при некогерентном накоплении сигнала ($F = 10^{-5}$)

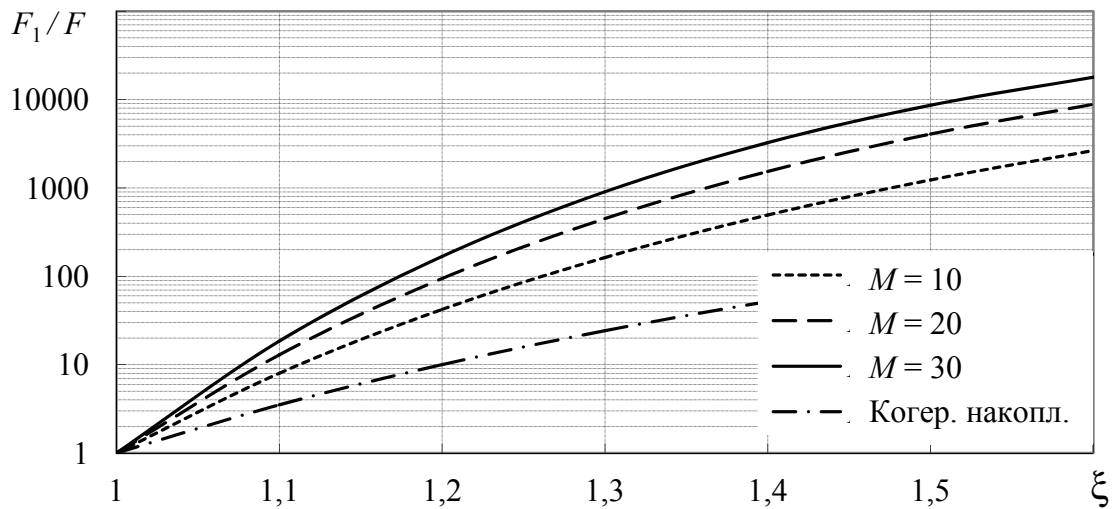


Рис. 1.6. Зависимость F_1/F от ξ при некогерентном накоплении сигнала ($F = 10^{-6}$)

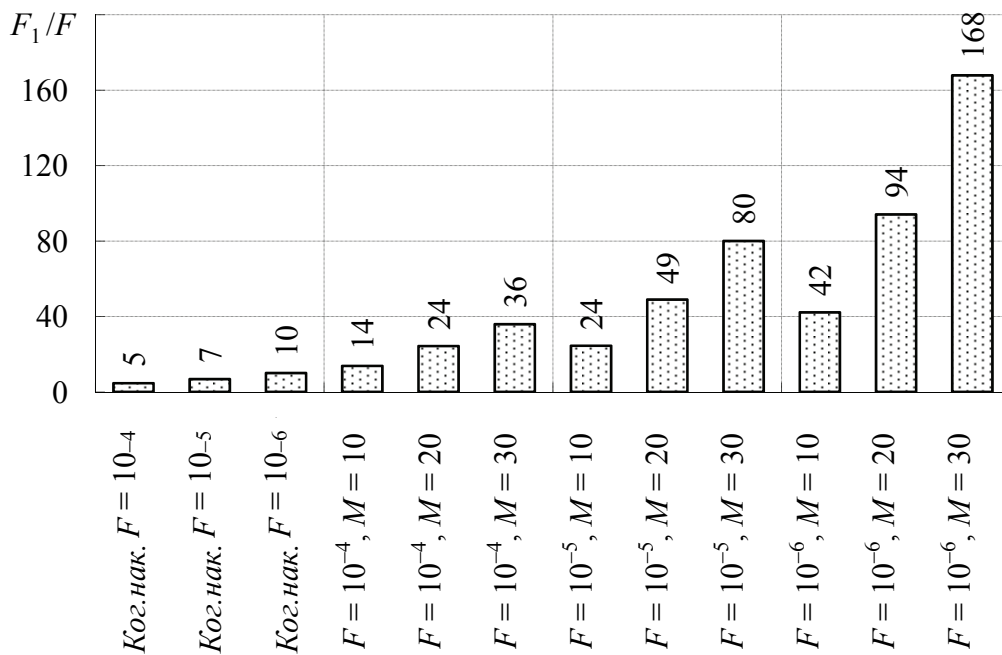


Рис. 1.7. Иллюстрация возрастания вероятности ложной тревоги при неконтролируемом увеличении интенсивности фона на 20 %

Существенное увеличение вероятности ложной тревоги может привести к недопустимому возрастанию времени на вторичную обработку радиолокационной информации. Поэтому в автоматических обнаружителях радиолокационных сигналов актуальным является разрешение проблемы обеспечения постоянства вероятности ложной тревоги.

На рисунке 1.7 представлена диаграмма, иллюстрирующая возрастание отношения F_1/F при неконтролируемом увеличении ξ на 20 % в случаях когерентного и некогерентного накопления при различных значениях вероятности ложной тревоги и количества обрабатываемых импульсов. Видно, что обнаружитель наиболее неустойчив к неконтролируемым изменениям интенсивности помех при некогерентном накоплении, меньшей вероятности ложной тревоги и большем количестве обрабатываемых импульсов.

Представленные графики позволяют также заключить, что ошибки в работе различных систем, призванных для стабилизации уровня ложной тревоги, могут привести к неприемлемому ее возрастанию.

Ранее отмечались два известных принципа преодоления априорной неопределенности. Один из них состоит в разработке адаптивных алгоритмов, другой – в применении непараметрических процедур. Далее рассматривается пример применения адаптивного алгоритма в обнаружителе слабых оптических сигналов.

1.2. Анализ качественных показателей адаптивного обнаружения слабых оптических сигналов

Рассмотрим случай обнаружения слабых оптических сигналов, когда на выходе приемника излучения наблюдается последовательность импульсов, распределенных по закону Пуассона с интенсивностью λ_0 (прием чистого шума) или $\lambda_1 = \lambda_c + \lambda_0$ (прием смеси сигнала с шумом) [10, 20, 30]. Известно, что в этом случае оптимальное по критерию Неймана – Пирсона принятие решений на обнаружение состоит в сравнении числа принимаемых импульсов за фиксированное время с порогом обнаружения, зависящим от задаваемой вероятности ложной тревоги и интенсивности потока шума, которая одновременно является параметром экспоненциального закона распределения интервалов между соседними импульсами пуассоновского потока [10–13, 17].

Если в качестве входных воздействий рассматривать последовательность экспоненциально распределенных случайных величин, то оптимальное обнаружение включает их суммирование при фиксированном числе импульсов и сравнение с порогом решения, зависящим, как и ранее, от задаваемой вероятности ложной тревоги и величины λ_0 [13]. Очевидно, что оба алгоритма обнаружения статистически эквивалентны. Оперирование с непрерывными случайными величинами облегчает последующий анализ, не сужая общности решаемой проблемы. Она состоит в том, что рабочие характеристики оптимального обнаружителя сла-

бых оптических сигналов получены при условии точно известного параметра экспоненциального распределения. Однако на практике такой случай является, скорее всего, исключением из правила. В этих условиях реальные характеристики обнаружения могут существенно отличаться от рассчитанных теоретически. Применение методов обучения позволяет избежать этого недостатка. В случае параметрической априорной неопределенности эти методы базируются на теории статистических решений с использованием классифицированной обучающей выборки [13, 14]. Использование методов обучения приводит к системам с характеристиками, близкими к оптимальным с известными параметрами.

Итак, в обнаружителе, в целях определения оптимального значения порога, для оценки интенсивности шума λ_0 используется классифицированная пуассоновская последовательность импульсов, соответствующая приему чистого шума.

Для удобства расчетов перейдем к величине ϑ_0 , обратной λ_0 . Поскольку точность оценки зависит от объема обучающей последовательности $\{n_0\}$, то вероятности ложной тревоги и правильного обнаружения являются функциями этой величины. Уравнение рабочей характеристики обнаружителя с подстройкой порога (далее – адаптивного обнаружителя) можно получить, усредняя по неизвестному параметру рабочую характеристику оптимального обнаружителя. Оценка параметра ϑ_0 имеет вид [13]

$$\hat{\vartheta}_0 = 1/n_0 \sum_{i=1}^{n_0} t_i, \quad (1.14)$$

где t_i – i -й элемент обучающей выборки из экспоненциального распределения. При $n_0 \gg 1$ распределение оценки (1.14) приближается к гауссову с математическим ожиданием и дисперсией, соответственно равными

$$E = \vartheta_0, \quad (1.15)$$

$$V = \vartheta_0^2/n_0. \quad (1.16)$$

С учетом изложенного уравнение рабочей характеристики адаптивного обнаружителя можно записать в виде

$$D \cong \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\hat{\vartheta}_0/\vartheta_c \sqrt{m} - (1 + \hat{\vartheta}_0/\vartheta_c)\Phi^{-1}(1 - F)) \times \\ \times \sqrt{0,5 n_0 / \pi} / \vartheta_0 \exp\{- (\hat{\vartheta}_0 - \vartheta_0)^2 / (2\vartheta_0^2/n_0)\} d\hat{\vartheta}_0, \quad (1.17)$$

где $\vartheta_c = 1/\lambda_c$.

Вычислить (1.17) аналитически в простой форме не удастся, поэтому воспользуемся известным приближением интеграла вероятностей [15]

$$\Phi(x) \cong 1 - ae^{-b(c+x)^2}, \quad (1.18)$$

где $a = 0,65$, $b = 0,443$, $c = 0,75$ (приближение применимо при $x = 0-5,5$ и $1 - \Phi(x) = 0,5-10^{-8}$). С учетом (1.18) выражение (1.17) можно привести к виду

$$D \cong 1 - \sqrt{0,5n_0/\pi} a/\vartheta_0 \exp \left\{ -(b(c - \sqrt{m})^2 + 0,5n_0) \right\} \times \quad (1.19)$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \exp \{ \hat{\vartheta}_0 A - \vartheta_0^2 B \} d \hat{\vartheta}_0,$$

$$\text{где } A = -2b/\vartheta_1 (c + \sqrt{m} - \sqrt{1/b \ln(a/F)}) (c - \sqrt{m}) + n_0/\vartheta_0, \quad (1.20)$$

$$B = -b/\vartheta_2 (c + \sqrt{m} - \sqrt{1/b \ln(a/F)})^2 + 0,5n_0/\vartheta_0, \quad \vartheta_1 = 1/\lambda_1. \quad (1.21)$$

Для вычисления (1.19) воспользуемся табличным интегралом [16]

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-p^2 x^2 \pm gx} dx = \sqrt{\pi}/p e^{-0,25g^2/p^2}. \quad (1.22)$$

После несложных преобразований приходим к выражению

$$D \cong 1 - a(1 + 2b/n_0(1 + g)^2 (c + \sqrt{m} - \sqrt{1/b \ln(a/F)})^2)^{-0,5} \times \quad (1.23)$$

$$\times \exp \left\{ -b(c(2 + g) + g\sqrt{m} - (1 + g)\sqrt{1/b \ln(a/F)})^2 / \right.$$

$$\left. / (1 + 2b/n_0(1 + g)^2 (c + \sqrt{m} - \sqrt{1/b \ln(a/F)})^2) \right\},$$

где $g = \lambda_c/\lambda_0$ – отношение сигнала к шуму.

При $n_0 \rightarrow \infty$ из (1.23) получаем

$$D \cong 1 - a \exp \left\{ -b(c(2 + g) + g\sqrt{m} - (1 + g)\sqrt{1/b \ln(a/F)})^2 \right\}. \quad (1.24)$$

Выражение (1.24) представляет собой рабочую характеристику оптимального обнаружителя с точно известными параметрами, что подтверждает правильность выполненных преобразований.

Согласно (1.23) на рис. 1.8–1.10 построены кривые обнаружения для различных объемов классифицированной обучающей выборки и отношений сигнала к шуму. На этих же рисунках для сравнения приведены данные для оптимального обнаружителя. Из анализа рисунков следует, что адаптивный обнаружитель в целом, безусловно, уступает по эффективности оптимальному обнаружителю. Однако с ростом объема обучающей выборки по своим характеристикам он приближается к опти-

мальному обнаружителю. С увеличением отношения сигнала к шуму уменьшаются и требуемые объемы обрабатываемых данных.

Вместе с тем надо заметить следующее: для обеспечения приемлемых вероятностей правильного обнаружения объем обучающей выборки оказывается не только соизмеримым с объемом обрабатываемой выборки, но даже может значительно превосходить его.

Сопоставим обнаружители адаптивный и оптимальный по коэффициенту относительной эффективности (ОЭ), который показывает величину отношения объемов принимаемых последовательностей (или выборок), обеспечивающих одинаковые качественные показатели обнаружения (рис. 1.11, 1.12).

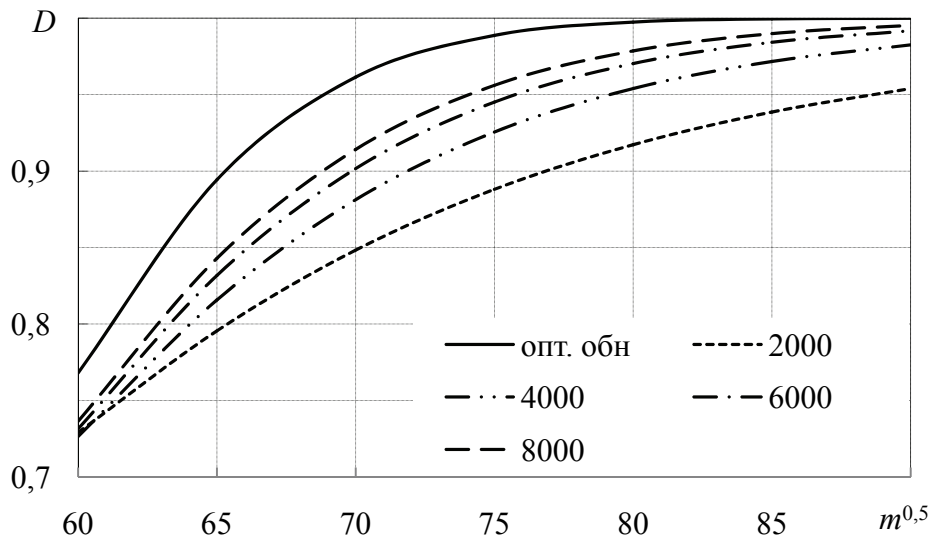


Рис. 1.8. Кривые обнаружения ($F = 10^{-6}$, $g = 0,1$)

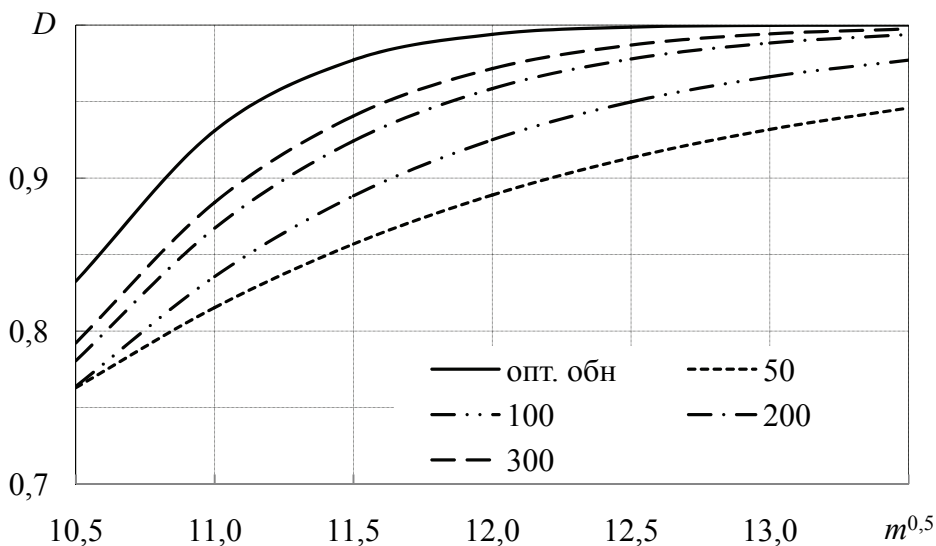


Рис. 1.9. Кривые обнаружения ($F = 10^{-6}$, $g = 1$)

При малых отношениях сигнала к шуму (см. рис. 1.11) коэффициент ОЭ увеличивается от 0,72 до 0,89 при изменении объема обучающей выборки от 2000 до 8000.

При одинаковых условиях коэффициент ОЭ возрастает с увеличением отношения сигнала к шуму (см. рис. 1.12) и оказывается достаточно большим: при объеме обучающей выборки 50–300 имеем коэффициент ОЭ, изменяющийся от 0,78 до 0,95 при отношении сигнала к шуму, равном единице, и от 0,89 до 0,98 при отношении сигнала к шуму, равном двум.

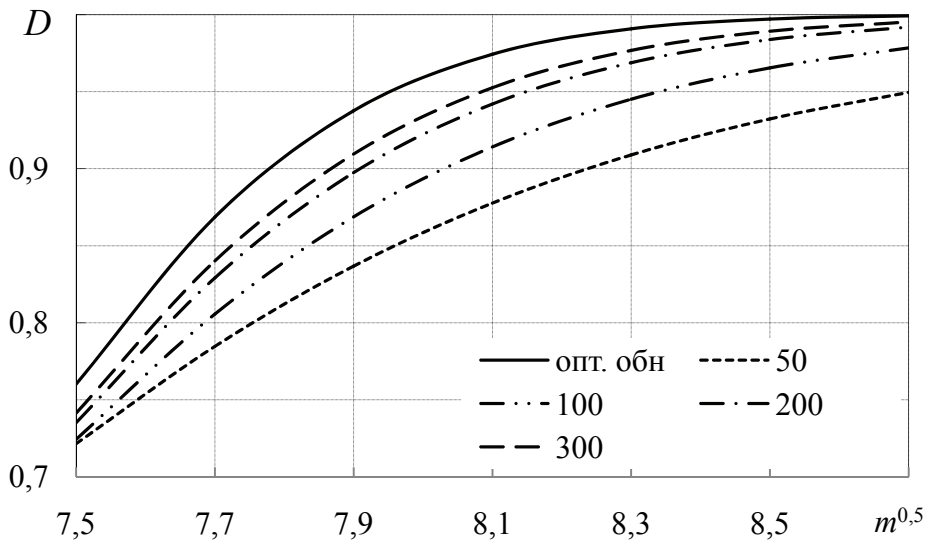


Рис. 1.10. Кривые обнаружения ($F = 10^{-6}$, $g = 2$)

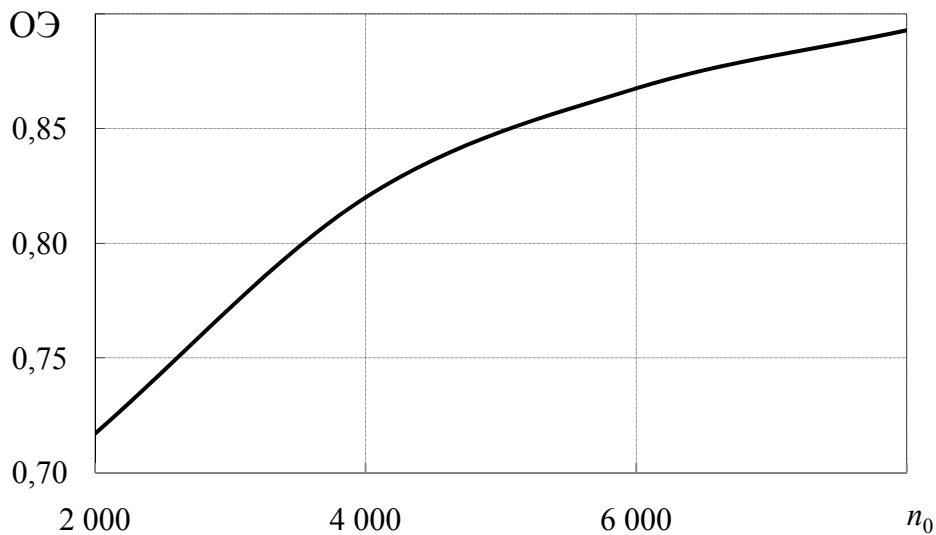


Рис. 1.11. Коэффициент относительной эффективности ($D = 0,9$, $F = 10^{-6}$, $g = 0,1$)

Таким образом, адаптивный обнаружитель, уступая по эффективности оптимальному обнаружителю, за счет подстройки порога с увеличением объема обучающей выборки приближается к его качественным показателям.

Вместе с тем заметим, что с учетом объема обучающей выборки коэффициент ОЭ уменьшается с ее увеличением и с возрастанием отношения сигнала к шуму (рис. 1.13). Это свидетельствует о дополнительных затратах адаптивного обнаружителя и является платой за обеспечение стабилизации ложной тревоги.

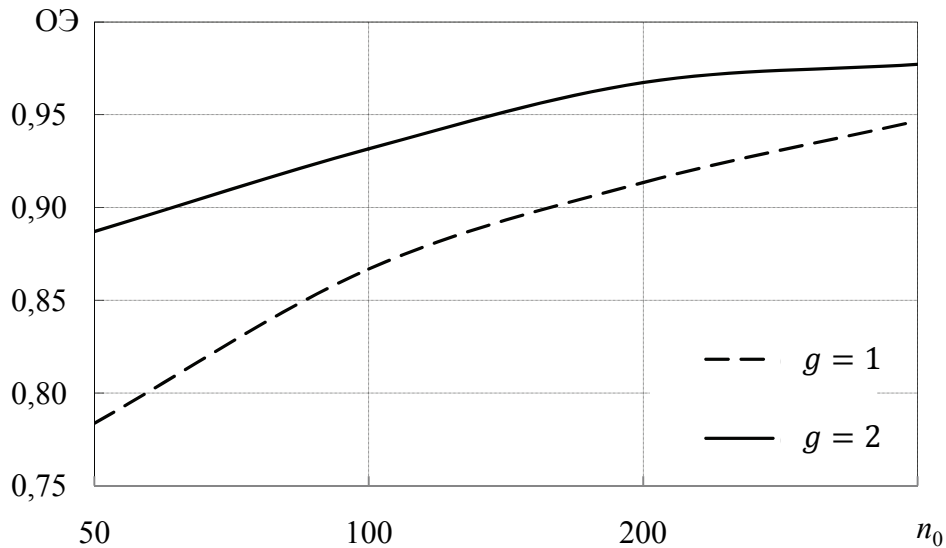


Рис. 1.12. Коэффициент относительной эффективности ($D = 0,9, F = 10^{-6}$)

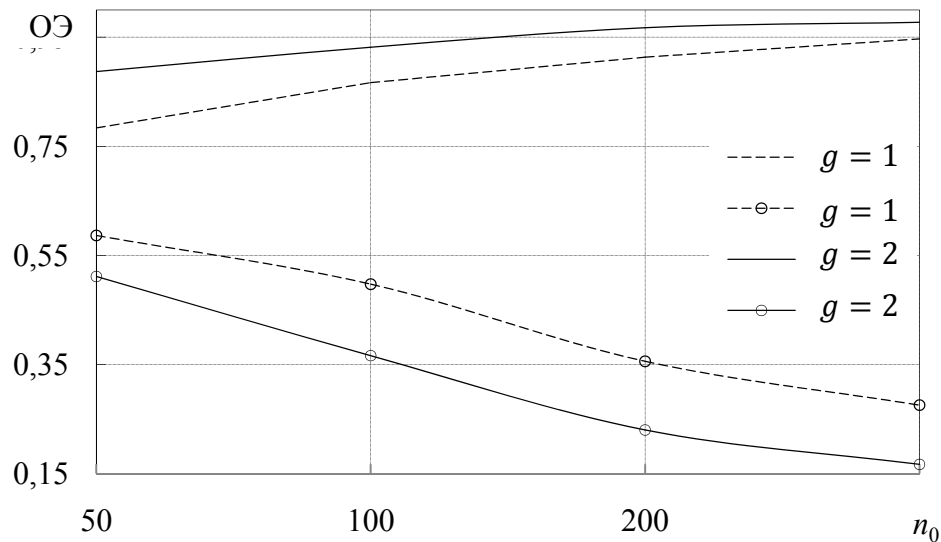


Рис. 1.13. Коэффициент относительной эффективности без учета (кривые без маркеров) и с учетом объема обучающей выборки ($D = 0,9, F = 10^{-6}$)

Глава 2

ОСНОВЫ ТЕОРИИ БЫСТРЫХ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ОБНАРУЖЕНИЯ ПУАССОНОВСКИХ СИГНАЛОВ

Указанные основы базируются на элементах теории порядковых статистик и пуассоновских процессов, которые кратко рассматриваются ниже и далее используются.

Первые труды по порядковым статистикам написаны К. Пирсоном, Л. Типпером, Р. Фишером в начале прошлого века. С того момента появилось большое количество статей в различных журналах. Еще в 1970 г. в русском переводе вышел сборник статей [1]. В нем систематизирован довольно обширный материал по теории порядковых статистик. Затем в 1972 и 1979 гг. изданы две книги с одинаковым названием «Порядковые статистики» [2, 3] и полностью посвященные порядковым статистикам. Исследователями отмечается, что заметная часть избранных трудов Н. В. Смирнова [4] посвящена порядковым статистикам, в том числе исследованию их асимптотических распределений. Э. Гумбель в [5] рассматривает свойства экстремальных (крайних) значений. В монографиях С. Уилкса [6], М. Кендалла и А. Стьюарта [7], Ф. П. Тарасенко [8], Д. Кокса, Д. Хинкли [9] порядковым статистикам посвящены отдельные главы. Ю. С. Харин свойства порядковых статистик рассматривает в [10].

В условиях большого интереса к порядковым статистикам автору удалось получить оригинальные результаты для одного практически важного случая параметрической априорной неопределенности, когда имеют место два и более пуассоновских процесса. Показано, что формирование рангового вектора в этом случае возможно в реальном времени без выполнения операций запоминания и упорядочения (отсюда название «быстрые алгоритмы») при сохранении высокой эффективности алгоритмов принятия решений (обнаружения сигналов). Основные результаты представлены в работах автора [17–22].

Прежде всего рассмотрим используемые далее некоторые классические результаты, относящиеся к свойствам распределений порядковых статистик.

2.1. Распределение порядковых статистик

Пусть имеется некоторая однородная генеральная совокупность с законом распределения $F(x)$ и плотностью вероятности $f(x)$. Из этой совокупности формируется случайная выборка x_1, \dots, x_N объема N . Элементы x_i взаимно независимы. Расположим их в порядке возрастания и получим

порядковые статистики (вариационный ряд) $x_{(1)} < x_{(2)} < \dots < x_{(N)}$, в котором $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(N)}$. Поскольку рассмотрение ограничивается непрерывными случайными величинами, то это условие можно представить в виде $x_{(1)} < x_{(2)} < \dots < x_{(N)}$. Величину $x_{(i)}$ называют i -й порядковой статистикой, а ее номер i – рангом.

Найдем плотность вероятности $f_{(m)}$ m -й порядковой статистики $x_{(m)}$ ($m = 1, 2, \dots, N$). Величина $x_{(m)}$ находится на m -м месте в вариационном ряду. То есть в выборке x_1, \dots, x_N имеется $m - 1$ величин, меньших $x_{(m)}$, и $N - m$, больших $x_{(m)}$. Определим вероятность $dF_m(x) = f_m(x)dx$ того, что величина $x_{(m)}$ попадает в интервал $[x, x + dx]$. На m -м месте в вариационном ряду может находиться любая из величин x_i . При этом необходимо выполнение трех независимых событий:

1) любая из N величин x_i попадает в интервал $[x, x + dx]$. Вероятность этого события равна $dP_1 = Nf(x)dx$;

2) из оставшихся $N - 1$ величин x_i ровно $m - 1$ любых из них находится в интервале $[-\infty, x]$. Вероятность этого события равна $P_2 = C_{N-1}^{m-1}F^{m-1}(x)$;

3) оставшиеся $N - m$ величин x_i находятся в интервале $[x + dx, \infty]$. Это событие имеет вероятность $P_3 = [1 - F(x)]^{N-m}$.

Отсюда искомая вероятность $dF_m(x)$ определяется как произведение $dF_m(x) = P_2P_3dP_1$, и плотность вероятности m -й порядковой статистики оказывается равной

$$f_m(x) = NC_{N-1}^{m-1}F^{m-1}(x)(1 - F(x))^{N-m}f(x). \quad (2.1)$$

Видно, что закон распределения m -й порядковой статистики зависит от закона распределения генеральной совокупности, ранга m и объема N выборки. Таким образом, после упорядочения выборки x_1, \dots, x_N сформированы случайные величины $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(N)}$, которые по своим свойствам существенно отличаются от элементов x_i исходной выборки:

1) если величины x_i имеют один и тот же закон распределения $F(x)$, то порядковые статистики $x_{(i)}$ – различные законы распределения $F_i(x)$;

2) порядковые статистики являются зависимыми случайными величинами, в то время как в исходной выборке величины x_i независимы. Это означает, что для изучения свойств порядковых статистик необходимо знание многомерных распределений

$$\begin{aligned} & f(x_{(k_1)}, x_{(k_1+k_2)}, \dots, x_{(k_1+\dots+k_s)}) = \\ & = (\Gamma(N+1))/(\Gamma(k_1) \dots \Gamma(k_s)\Gamma(N - k_1 - \dots - k_s + 1)) \times \\ & \quad \times F^{k_1-1}(x_{(k_1)})(F(x_{(k_1+k_2)}) - F(x_{(k_1)}))^{k_2+1} \times \\ & \quad \times \dots \left(1 - F(x_{(k_1+\dots+k_s)})\right)^{N-k_1-\dots-k_s} f(x_{(k_1)}) \dots f(x_{(k_1+\dots+k_s)}). \end{aligned} \quad (2.2)$$

2.2. Выборочные блоки и их покрытия. Распределение покрытий и их сумм

Рассмотрим дополненные порядковые статистики одномерной выборки $x_{(0)}, x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(N)}, x_{(N+1)}$. Интервалы $(x_{(0)}, x_{(1)}), (x_{(1)}, x_{(2)}), \dots, (x_{(N)}, x_{(N+1)})$ – выборочные интервалы (или промежутки). Пусть $\Delta_r = x_{(R)} - x_{(R-1)}$, где $r = 1, \dots, N+1$, – длины выборочных интервалов. Их вероятностные меры $u_r = F(x_{(R)}) - F(x_{(R-1)})$ – есть покрытия или доли. Ясно, что $\sum_{r=1}^{N+1} u_r = 1$. Вследствие этого покрытия, являющиеся случайными величинами, оказываются зависимыми. Введем случайные величины $y_r = F(x_{(R)})$. Видно, что $y_{(r)} = \sum_{r=1}^R u_r$. Кроме того, все они статистически независимы и имеют равномерное распределение в интервале $[0, 1]$, а последовательность $y_{(1)}, \dots, y_{(N)}$ представляет собой вариационный ряд из этого распределения. Поэтому с учетом (2.2) получаем

$$\begin{aligned} f(y_{(k_1)}, y_{(k_1+k_2)}, \dots, y_{(k_1+\dots+k_s)}) = \\ = (N!) / ((k_1 - 1)! (k_2 - 1)! \dots (k_s - 1)! (N - k_1 - \dots - k_s)!) \times \\ \times y_{(k_1)}^{k_1-1} (y_{(k_1+k_2)} - y_{(k_1)})^{k_2+1} \dots (1 - y_{(k_1+\dots+k_s)})^{N-k_1-\dots-k_s}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Это выражение позволяет найти распределение сумм любых покрытий. Так, сумма покрытий между любыми $x_{(R)}$ и $x_{(S)}$ ($R < S$) распределена по закону [3]

$$f(v_{RS}) = \frac{N!}{(S-R-1)!(N-S+R)!} v_{RS}^{S-R-1} (1 - v_{RS})^{N-S-R}, \quad (2.4)$$

$$0 \leq v_{RS} = y_{(R)} - y_{(S)} \leq 1.$$

Из (2.4) при $S = R + 1$ для любого R получаем

$$f(u_r) = N(1 - u_r)^{N-1}, \quad 0 \leq u_r \leq 1. \quad (2.5)$$

Это распределение не зависит от конкретного номера покрытия. Таким образом, одно из важных свойств выборочных блоков состоит в их статистической эквивалентности.

Теперь положим $N \rightarrow \infty$, тогда $u_r \rightarrow 0$, и из (2.5) с учетом предела $\lim(1 + x)^{1/x} = e$ следует асимптотическое распределение покрытий

$$f(u_r) = N e^{-N u_r}, \quad 0 \leq u_r \leq 1, \quad (2.6)$$

являющееся экспоненциальным с параметром N .

Таким образом, приходим к важному выводу: если на интервале $[0, 1]$ случайным образом выпадает N точек, то при указанных условиях интервалы между соседними точками распределены по экспоненциальному закону с параметром N , а последовательность $y_{(1)}, \dots, y_{(N)}$ представляет собой вариационный ряд из равномерного распределения на единичном интервале (рис. 2.1).

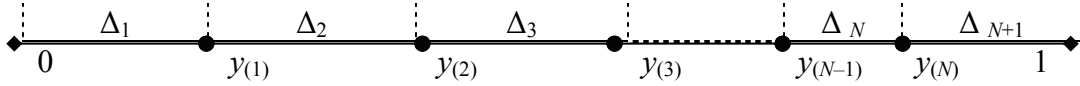


Рис. 2.1

С другой стороны, известно, что если интервалы между соседними точками потока распределены по экспоненциальному закону, то такой поток является простейшим пуассоновским. Здесь мы пришли к другому важному выводу, который сформулирован ранее: случайное разбиение единичного интервала фактически может порождаться пуассоновским процессом при условии, что произошло $N - 1$ событий в некотором временном интервале, который, как это сказано, например, в [8], удобно считать единичным.

В этом месте изложения элементов теории порядковых статистик автор берет на себя смелость предположить, что, возможно, именно это «удобство» в какой-то мере не позволило исследователям прийти к рассматриваемому далее, пожалуй, очевидному методу применения K -выборочных непараметрических алгоритмов принятия статистических решений для обнаружения сигналов без операции упорядочения, когда имеет место экспоненциальное распределение.

Распространим сделанный ранее вывод на случай экспоненциального распределения на интервале $[0, T]$. Для удобства перейдем к переменной t . Обратимся к выборочным интервалам и найдем распределение i -го выборочного интервала.

2.3. Распределение выборочных интервалов

Положив в (2.2) $S = 2$, $k_1 = i - 1$, $k_2 = 1$, получим совместную плотность вероятности порядковых статистик $(t_{(i-1)}, t_{(i)})$

$$f(t_{(i-1)}, t_{(i)}) = (\Gamma(N + 1)) / (\Gamma(i - 1)\Gamma(N - i + 1)) F^{i-2}(t_{(i-1)}) \times \\ \times (1 - F(t_{(i)}))^{N-i} f(t_{(i-1)}) f(t_{(i)}). \quad (2.7)$$

Используя формулу для функции распределения разности двух случайных величин [11] и выражения (2.3), (2.7), получаем

$$f(\Delta_i) = (\Gamma(N + 1)) / (\Gamma(i - 1)\Gamma(N - i + 1)) \times \int_{-\infty}^{\infty} F^{i-2}(t) (1 - F(t + \Delta_i))^{N-i} f(t) f(t + \Delta_i) dt, \Delta_i = t_{(i)} - t_{(i-1)}. \quad (2.8)$$

Видно, что найти явные выражения при конкретных распределениях довольно сложно: надо вычислять соответствующие интегралы, которые обычно не сводятся к элементарным функциям. Вычисления доводятся до конца аналитически в случаях экспоненциального и равномерного распределений. Обратимся ко второму распределению.

Пусть имеются независимые элементы t_1, \dots, t_N (рис. 2.2, б) из равномерного распределения (рис. 2.2, а), заданного на интервале $[0, T]$:

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ t/T, & 0 < t < T, \\ 1, & t \geq T. \end{cases} \quad (2.9)$$

Подставляя (2.9) в (2.8) и учитывая, что (табличный интеграл) [12]

$$\int_0^u x^{v-1} (u - x)^{M-1} dx = u^{M+v-1} \frac{\Gamma(M)\Gamma(v)}{\Gamma(M + v)},$$

приходим к выражению

$$f(\Delta) = N/T (1 - \Delta/T)^{N-1}. \quad (2.10)$$

Положим $T \rightarrow \infty, N/T \rightarrow \lambda$. Тогда

$$f(\Delta) \approx \lambda e^{-\lambda \Delta}, \quad (2.11)$$

где

$$\lambda \approx N/T. \quad (2.12)$$

Таким образом, в случае равномерного на отрезке $[0, T]$ распределения (рис. 2.2, а) N элементов выборки (рис. 2.2, б) асимптотическое распределение выборочных интервалов Δ (рис. 2.2, в) является экспоненциальным (2.11) с параметром λ , зависящим от объема выборки N и величины правой границы интервала задания T . При этом вариационный ряд (рис. 2.2, г) получен без операции упорядочения элементов исходной выборки (рис. 2.2, б).

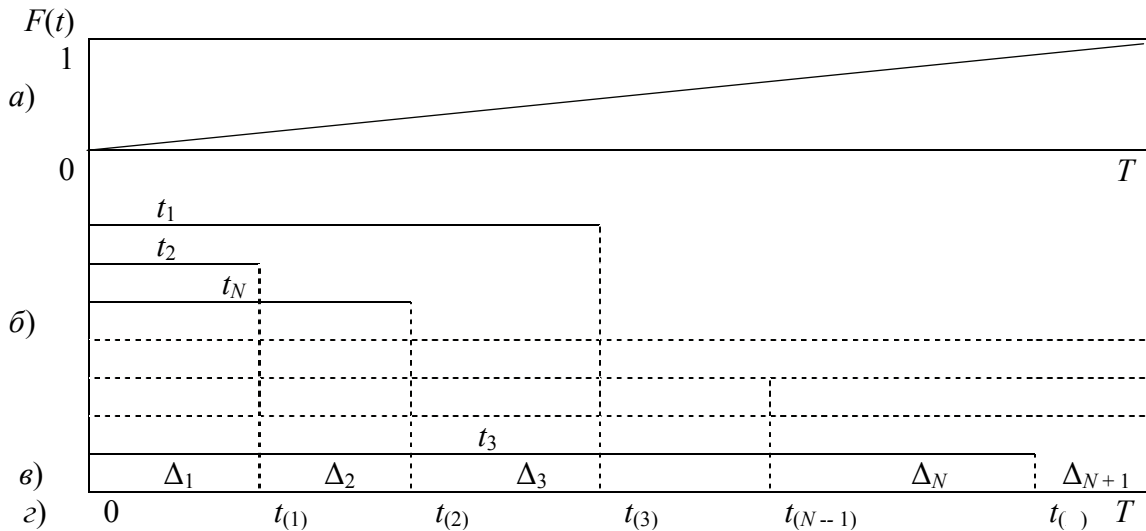


Рис. 2.2

Заметим, что упомянутые выше вариационный ряд (рис. 2.2, *з*) и соответствующая ему последовательность выборочных интервалов (рис. 2.2, *в*) представляют собой простейший пуассоновский поток. Поэтому к сделанному выводу можно прийти и другим путем, рассматривая свойства простейшего пуассоновского потока [13, 14].

2.4. Пуассоновский процесс. Простейший поток однородных событий

Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ – независимые положительные случайные величины с плотностью $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x > 0$. Множество точек $\{z_n\}$, где $z_1 = \xi_1$, $z_2 = \xi_1 + \xi_2, \dots, z_n = \xi_1 + \dots + \xi_n, \dots$, называется простейшим потоком однородных событий. Если для некоторого n имеем $z_n = t$, то говорят, что в момент t произошло событие потока. Число тех n , для которых $a < z_n < b$, называется числом событий потока в интервале (a, b) . Обозначим через $x(t)$, $t > 0$, число событий простейшего потока однородных событий в интервале $[0, T]$. Определенный таким образом случайный процесс называется пуассоновским процессом с параметром λ .

Основные свойства процесса Пуассона и соответственно простейшего потока сводятся к следующему.

1. Стационарность: для любых интервалов $(a_0, a_1), (a_1, a_2), \dots, (a_{n-1}, a_n)$, где $0 \leq a_0 \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n, \dots$, любого $\tau > 0$ и любых k_1, k_2, \dots, k_n вероятность того, что в интервале (a_0, a_1) произойдет k_1 событий потока, ..., в интервале (a_{n-1}, a_n) произойдет k_n событий пото-

ка, равны вероятности того, что в интервале $(a_0 + \tau, a_1 + \tau)$ произойдет k_1 событий потока, ..., в интервале $(a_{n-1} + \tau, a_n + \tau)$ – k_n событий потока. Иначе: вероятность того или иного числа событий на участке времени зависит только от длины этого участка и не зависит от того, где на оси времени взят этот участок.

2. Ординарность: вероятность двух или большего числа событий потока в интервале $(t, t + h)$ есть $0(h)$ при $h \rightarrow 0$. Иначе $P[x(t + h) - x(t) \geq 2] = 0(h), h \rightarrow 0$ – вероятность того, что на малый участок h , примыкающий к какому-либо времени t , попадает больше одного события, пренебрежимо мало с вероятностью того, что на этот же интервал времени попадет ровно одно событие.

3. Отсутствие последействия: при $0 \leq a_0 \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n, \dots$, случайные величины $x(a_1) - x(a_0), \dots, x(a_n) - x(a_{n-1})$ независимы. Вследствие этого все интервалы между соседними событиями представляют собой независимые случайные величины.

Важно подчеркнуть, что справедливо и обратное утверждение: если имеется некоторая последовательность $\{z_n\}$ со свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последействия, то случайные величины $z_1, z_2 - z_1, \dots, z_n - z_{n-1}, \dots$ независимы в совокупности и распределены по показательному закону с некоторым общим параметром $\lambda > 0$.

Представим, наконец, одно из известных и самых важных свойств простейшего потока [13], которое также лежит в основе быстрых непараметрических алгоритмов обнаружения сигналов.

Пусть на отрезке $[0, T]$ (рис. 2.3, ε) независимым образом случайно бросается N точек $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ (рис. 2.3, δ) так, что каждая ξ_i равномерно распределена (рис. 2.3, a) в этом интервале. Тогда если $T \rightarrow \infty, N/T \rightarrow \lambda, x_N\{t\}$ – число точек, попавших в интервал $(0, t)$, то для любых n, a_0, a_1, \dots, a_n выполняется соотношение

$$\begin{aligned}
 P[x_N(a_1) - x_N(a_0) = k_1, \dots, x_N(a_n) - x_N(a_{n-1}) = k_n] &\xrightarrow{N \rightarrow \infty} \\
 \xrightarrow{N \rightarrow \infty} P[x(a_1) - x(a_0) = k_1, \dots, x(a_n) - x(a_{n-1}) = k_n] &= \quad (2.13) \\
 = \prod_{i=1}^n [\lambda(a_i - a_{i-1})]^{k_i} e^{-\lambda(a_i - a_{i-1})} / k_i! &
 \end{aligned}$$

где $x_N\{t\}$ – процесс Пуассона с параметром λ (рис. 2.3, ε).

Как и в п. 2.3, обратим внимание на то, что на рис. 2.3, ε представлен вариационный ряд или результат упорядочения элементов исходной вы-

борки (рис. 2.3, б) и в то же самое время это простейший пуассоновский поток. Заметим также, что интервалы между соседними точками простейшего пуассоновского потока (рис. 2.3, в) распределены по экспоненциальному закону с параметром λ и представляют собой не что иное, как выборочные интервалы.

Таким образом, получен такой же, как и в п. 2.3, результат. Другими словами, элементы теории порядковых статистик и потока Пуассона привели к одинаковому выводу: простейший поток Пуассона с параметром λ , содержащий N точек на интервале $[0, T]$, представим при $T \rightarrow \infty$, $N/T \rightarrow \lambda$ как результат упорядочения элементов выборок из гипотетического равномерного распределения

$$F(t) \approx \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ t/(N/\lambda), & 0 < t < T, \\ 1, & t \geq T. \end{cases} \quad (2.14)$$

О практической важности полученных результатов говорит такой факт [13]: простейший поток однородных событий и процесс Пуассона имеют огромное число приложений. Этими математическими схемами описываются самые различные модели физических явлений.

К полученному выше выводу можно прийти, рассматривая для пуассоновского процесса условное распределение событий в фиксированном интервале времени и получая одновременно важное свойство этого процесса, относящееся к его структуре при фиксированном числе событий в данном интервале [15].

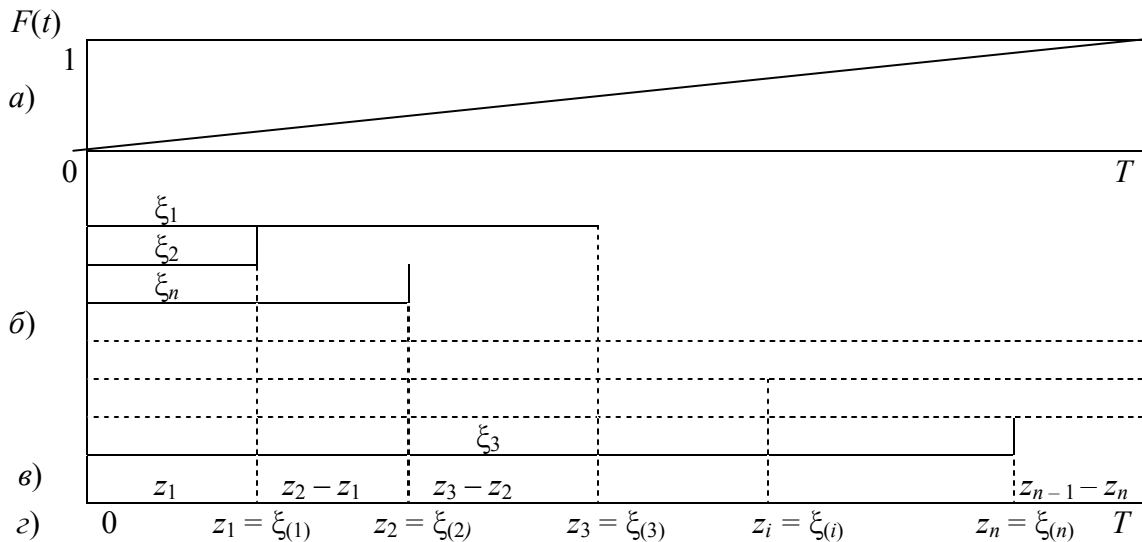


Рис. 2.3

Плотность вероятности того, что в интервале $[0, T]$ события наступят в моменты $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$, равна

$$\lambda e^{-\lambda t_1} \cdot \lambda e^{-\lambda(t_2-t_1)} \cdot \dots \cdot \lambda e^{-\lambda(t_n-t_{n-1})} \cdot \lambda e^{-\lambda(T-t_n)} = \lambda^n e^{-\lambda T}. \quad (2.15)$$

В (2.15) последний член левой части равенства – это вероятность того, что между моментом времени t_n и концом интервала T событий не было. Остальные члены – плотности распределения интервалов между событиями. Далее, условная плотность распределения того, что события произойдут в моменты t_1, \dots, t_n при условии, что вообще произойдет n событий, получится делением (2.15) на вероятность наступления n событий, а именно на $e^{-\lambda T} (\lambda T)^n / n!$. Таким образом, условная плотность распределения равна:

$$n! / T^n, \quad 0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n \leq T. \quad (2.16)$$

Для пояснения (2.16) рассмотрим n независимых случайных величин $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$, равномерно распределенных на интервале $[0, T]$, т. е. каждая из них имеет плотность вероятности, равную $1/T$. Совместная плотность вероятности равна $1/T^n$. Обратимся теперь к соответствующему вариационному ряду $\xi_{(1)}, \xi_{(2)}, \dots, \xi_{(n)}$. Для вычисления его плотности распределения как функции от аргументов t_1, \dots, t_n заметим, что к одной и той же последовательности $\xi_{(1)}, \xi_{(2)}, \dots, \xi_{(n)}$ приводят $n!$ различных исходных наборов $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ с одинаковыми плотностями распределения $1/T^n$. Итак, пришли к выражению (2.16). Это означает, что при фиксированном числе n события пуассоновского процесса независимо и равномерно располагаются на рассматриваемом отрезке наблюдения. И наоборот, реализацию пуассоновского процесса можно построить, выбирая сначала число n , имеющее пуассоновское распределение, а затем при данном n располагая наблюдения как n независимых равномерно распределенных случайных величин.

Приведем интересный факт: в [15] высказано мнение, что эти результаты восходят, по крайней мере, к изданию еще в 1901 г. работы Уитворта.

Таким образом, и рассмотренный подход приводит к сформулированному выше выводу: простейший поток Пуассона с параметром λ , содержащий N точек на интервале $[0, T]$, представим при указанных условиях результатом упорядочения элементов выборок из гипотетического равномерного распределения (2.14).

Предложенное представление подводит к рассматриваемому далее идеальному примеру применения порядковых статистик: данные по «природе эксперимента» поступают в порядке возрастания значений, и нет необходимости упорядочивать их после получения всех данных.

2.5. Формирование общего вариационного ряда и рангового вектора

Формирование общего вариационного ряда и рангового вектора рассмотрим для случая двух выборок. Пусть на интервале $[0, T_1]$ задан один пуассоновский поток n точек (рис. 2.4, б) с интенсивностью λ_1 , а на интервале $[0, T_2]$ – другой пуассоновский поток с таким же количеством n точек (рис. 2.4, з), но с другой интенсивностью $\lambda_2 > \lambda_1$ (необходимость обеспечения равенства количества точек потоков будет обоснована в п. 2.6). В соответствии с выводами п. 2.3 и 2.4 каждый из потоков можно представить как результат упорядочения гипотетических элементов выборок соответственно $\{t_{1i}\}$ и $\{t_{2i}\}$, где $i = 1, \dots, n$, из равномерных распределений с плотностями (рис. 2.4, а, д):

$$f_1(t) \cong \begin{cases} 1/T_1 \cong \lambda_1/n, & 0 < t < T_1, \\ 0, & t \leq 0, t \geq T_1, \end{cases} \quad (2.17)$$

$$f_2(t) \cong \begin{cases} 1/T_2 \cong \lambda_2/n, & 0 < t < T_2, \\ 0, & t \leq 0, t \geq T_2. \end{cases} \quad (2.18)$$

Теперь образуем суперпозицию потоков (рис. 2.4, в). Совершенно очевидно, что:

1) простое совмещение потоков дает общий вариационный ряд $\{t_{(1i+2i)}\}$ (рис. 2.4, в), получаемый, что очень важно для практических приложений, минуя операции запоминания и упорядочения;

2) в объединенном вариационном ряду уже содержится информация о рангах элементов первой выборки (числа над отрезком $[0, T_1]$ (рис. 2.4, в)) и элементов второй выборки (числа курсивом под отрезком $[0, T_1]$ (рис. 2.4, в)).

Это позволяет:

1) обеспечивать работу K -выборочных непараметрических алгоритмов принятия решений (обнаружение сигналов) в реальном масштабе времени, т. к. исключены операции запоминания и упорядочения элементов выборок;

2) используя $\{t_{1i}\}$, $\{t_{2i}\}$ и $\{t_{(1i+2i)}\}$, т. е. поступающие для обработки и объединенные пуассоновские потоки, довольно просто интерпретировать на языке радиотехнических элементов известные двухвыборочные непараметрические тесты принятия решений для обнаружения сигналов.

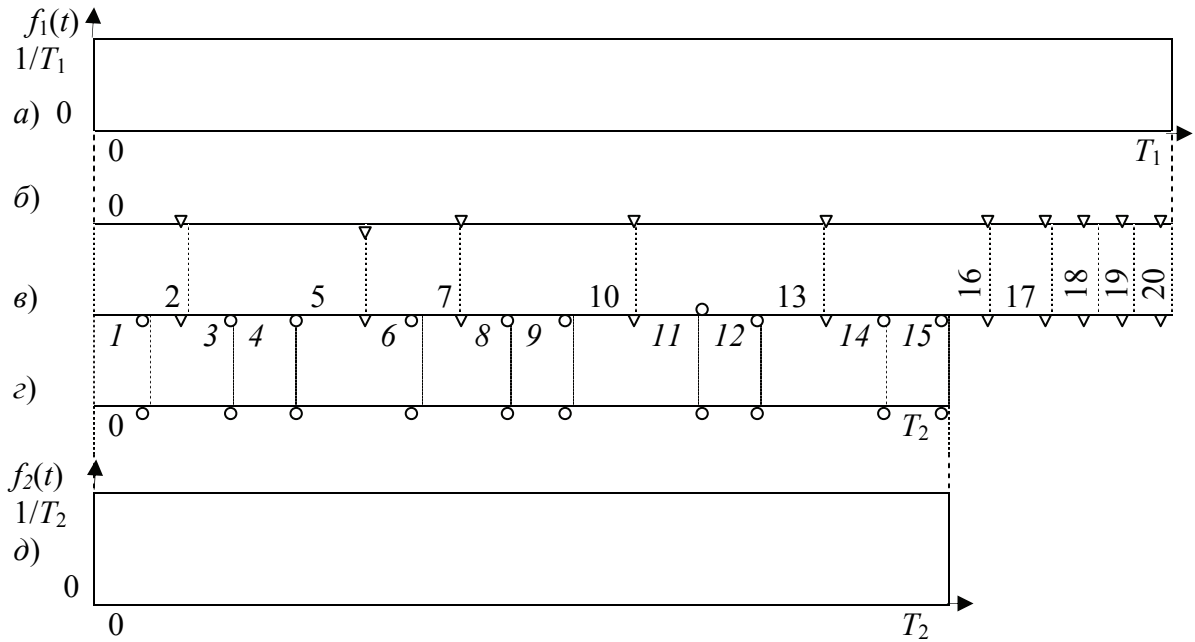


Рис. 2.4. Пояснение формирования общего вариационного ряда и рангового вектора

Вернемся к вопросу о необходимости обращения с пуассоновскими потоками, имеющими одинаковое количество точек.

2.6. Условие применения быстрых непараметрических алгоритмов обнаружения пуассоновских сигналов

Рассмотрим расстояние между плотностями распределений, настроенное на данный опыт. Таковым может быть расстояние Бхаттачария [16]

$$B = -\ln \int \sqrt{f_1(x)f_2(x)} dx. \quad (2.19)$$

Вполне логично потребовать, чтобы оно для реально существующих экспоненциальных распределений и порождаемых ими равномерных распределений определялось бы одними и теми же параметрами.

Для экспоненциальных распределений интервалов между соседними точками пуассоновских потоков с интенсивностями λ_1 и λ_2 , учитывая (2.19), (2.17) и (2.18), расстояние Бхаттачария равно:

$$B_3 = \ln(0,5(1 + k_\lambda)/\sqrt{k_\lambda}), \quad k_\lambda = \{\lambda_2/\lambda_1, \lambda_2 \geq \lambda_1; \lambda_1/\lambda_2, \lambda_1 \geq \lambda_2\}. \quad (2.20)$$

Видно, что расстояние Бхаттачария (2.20) определяется отношением интенсивностей потоков. Как и условились, потребуем, чтобы это рас-

стояние зависело от указанного отношения и в случае приведенных выше равномерных распределений гипотетических элементов выборок. Вначале положим, что пуассоновские потоки представлены различным количеством точек n_1 и n_2 . Расстояние Бхаттачария в этом случае определяется выражением (для определенности взято $T_2 \leq T_1$)

$$B_p = \ln \sqrt{n_1 \lambda_2 / (n_2 \lambda_1)}. \quad (2.21)$$

Именно при $n_1 = n_2 = n$ расстояние Бхаттачария для равномерных распределений оказывается равным:

$$B_p = \ln \sqrt{k_\lambda} \quad (2.22)$$

и, как и в случае экспоненциальных распределений, зависящим только от отношения интенсивностей пуассоновских потоков.

Таким образом, условием применения модифицированного метода формирования вариационного ряда является необходимость оперирования с одинаковым количеством точек в пуассоновских потоках (или, что то же самое, – одинаковым объемом обрабатываемых экспоненциальных выборок). Это условие в различных приложениях теории проверки статистических гипотез имеет прозрачное физическое толкование.

Пусть, например, имеет место рассматриваемая в главе 6 задача обнаружения слабых оптических сигналов с интенсивностью λ_c на фоне шумов неизвестной интенсивности λ_0 (обнаружитель имеет два канала, на один из которых может поступать полезный сигнал). Сформулируем эту задачу в терминах проверки статистических гипотез.

При наличии двух пуассоновских потоков проверяется нулевая гипотеза H : параметры экспоненциальных распределений равны $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0$, относительно альтернативы K : $\lambda_1 = \lambda_0$, $\lambda_2 = \lambda_0 + \lambda_c \geq \lambda_1 = \lambda_0$. Здесь имеем отношение потоков $k_\lambda = \lambda_2 / \lambda_1 = (\lambda_0 + \lambda_c) / \lambda_0 = 1 + g$, где $g = \lambda_c / \lambda_0$ – отношение сигнала к шуму. Эта величина не изменится при переходе к рассмотрению гипотетических элементов из равномерных распределений, когда проверяется нулевая гипотеза H : $T_1 = T_2 = T_0$, относительно альтернативы K : $T_1 = T_0$, $T_1 \geq T_2$. Действительно, $T_1 / T_2 = \lambda_2 / \lambda_1 = k_\lambda = 1 + g$. Условия обнаружения не изменились.

Теперь откажемся от указанного требования и будем обрабатывать пуассоновские потоки, фиксируя одинаковое время наблюдения $T_1 = T_2$ (соотношение объемов выборок $n_2 \cong k_\lambda n_1$). Тогда при выполнении альтернативы гипотетические элементы выборок будут иметь одинаковые равномерные распределения $f_2(t) = \lambda_2 / n_2 = k_\lambda \lambda_1 / (k_\lambda n_1) = \lambda_1 / n_1 = f_1(t)$, соответствующие выполнению нулевой гипотезы. Это эквивалентно отсутствию полезного сигнала, когда он на самом деле имеется.

Таким образом, предлагаемый метод формирования вариационного ряда при практической реализации в непараметрических алгоритмах требует использования одинакового объема выборок. Это является своеобразной «платой» за указанные достоинства, которые проиллюстрируем в п. 2.7.

2.7. Пример практической реализации вычисления рангового вектора без операции упорядочения

Для рассмотрения примера конкретизируем ситуацию. Прежде всего заметим, что начало отсчета (точка 0 на рис. 2.5, б, г) и точки на этих рисунках связаны с определенными действиями и объектами, имеющими ту или иную физическую природу.

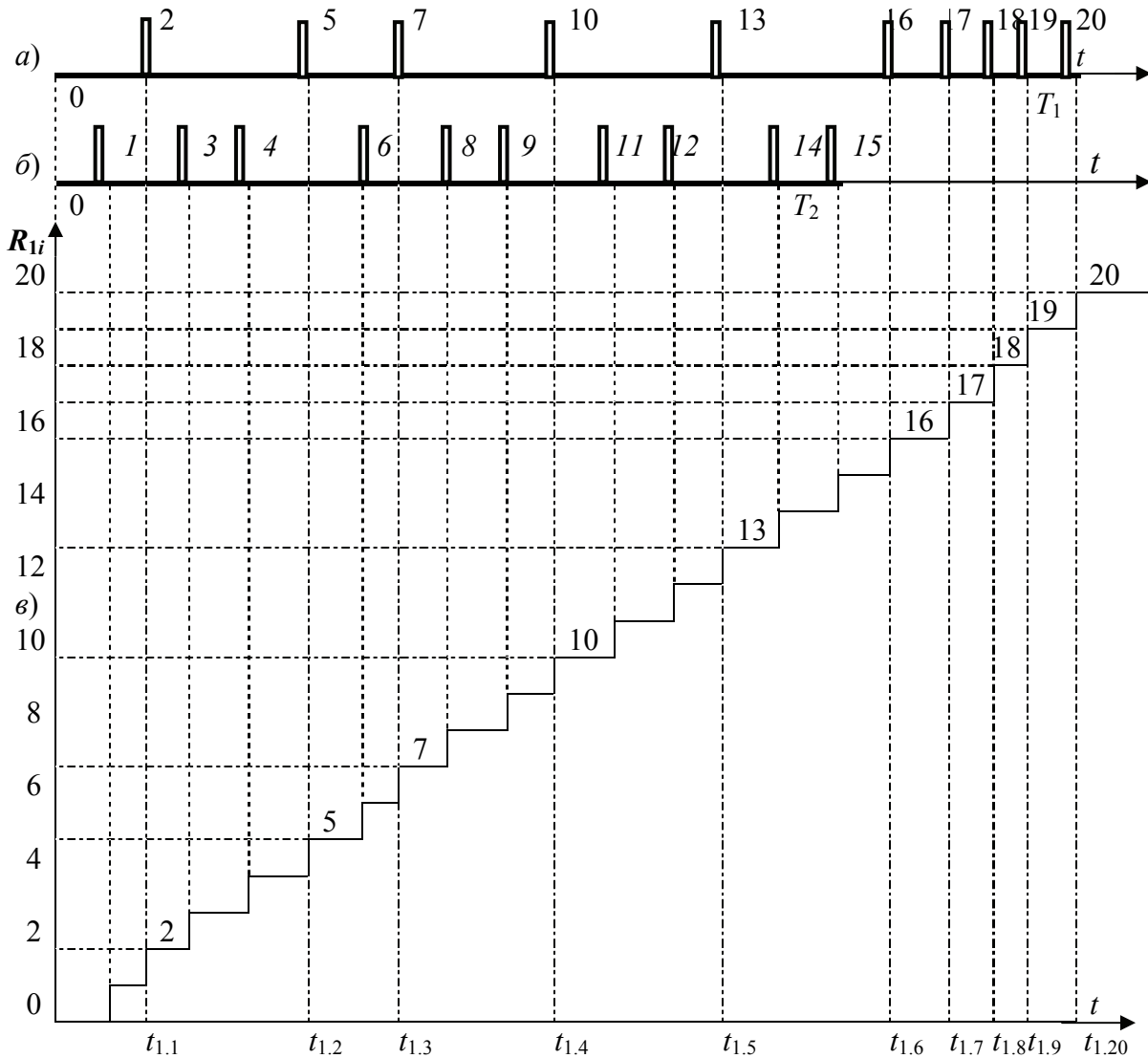


Рис. 2.5

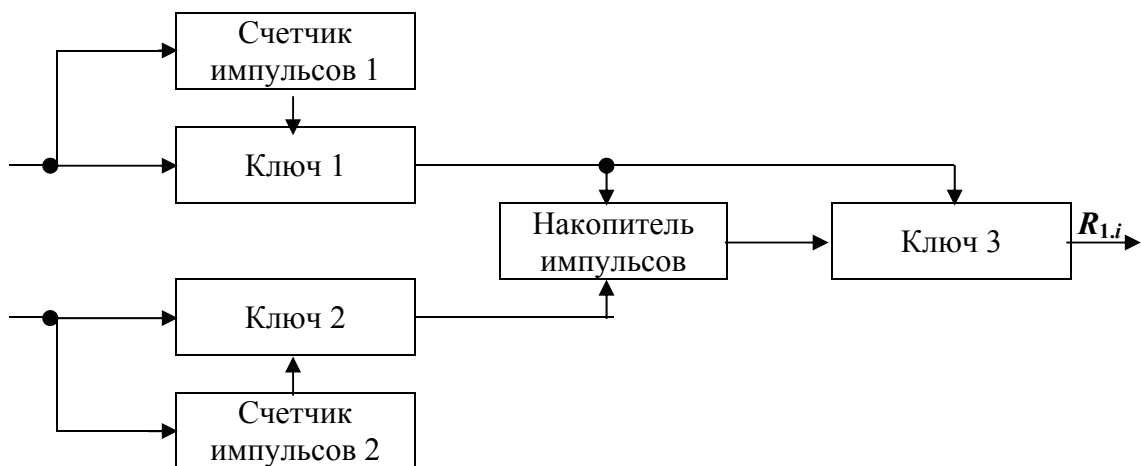


Рис. 2.6

Например, при обработке слабых оптических сигналов наблюдаются потоки пуассоновских импульсов, т. е. указанные потоки точек представляют потоки импульсов (рис. 2.5, а, б), а начало отсчета соответствует началу наблюдения за процессами. Простой последовательный счет или суммирование импульсов обоих потоков (рис. 2.5, в) дает общий ранговый вектор, формируемый в реальном масштабе времени. Ранги каждой из двух последовательностей можно считывать в моменты поступления соответствующих импульсов. Например, ранги первой последовательности (рис. 2.5, а) определяются в привязке к моментам времени $t_{1.1}, t_{1.2}, \dots, t_{1.10}$ (рис. 2.5, в). Далее, в зависимости от выбранного рангового критерия можно использовать либо ранги отдельных последовательностей, либо их сумму и т. п.

На рисунке 2.6 представлен вариант структурной схемы определения рангов. Счетчики импульсов 1 и 2 закрывают соответственно ключи 1 и 2 при накоплении заданного количества импульсов n . На выходе накопителя импульсов формируется общая ранговая последовательность (рис. 2.5, в), из которой с помощью ключа 3 образуется последовательность R_{1i} рангов элементов первой выборки.

2.8. Предварительная оценка эффективности быстрых непараметрических алгоритмов обнаружения пуассоновских сигналов

Указанную оценку рассмотрим, используя расстояние Бхаттачария и величину асимптотической относительной эффективности.

Очевидно, чем больше расстояние Бхаттачария, тем на большую эффективность можно рассчитывать при проверке гипотез. Сравним это

расстояние для представленных экспоненциальных (2.20) и равномерных (2.22) распределений

$$B_p/B_э = \ln\sqrt{k_\lambda}/\ln(0,5(1+k_\lambda)/\sqrt{k_\lambda}) \quad (2.23)$$

или

$$B_p/B_э = \ln\sqrt{1+g}/\ln(0,5(2+g)/\sqrt{1+g}).$$

В соответствии с (2.23) на рис 2.7 представлена зависимость $B_p/B_э$ от k_λ . Видно, что отношение расстояний Бхаттачария (2.23) всегда превышает единицу. Это означает, что при одинаковых условиях модифицированный подход всегда эффективнее традиционного. Отношение расстояний Бхаттачария особенно велико при малых отношениях интенсивностей пуассоновских потоков. Таким образом, в рассматриваемом случае на большую эффективность непараметрических алгоритмов можно рассчитывать при использовании равномерного распределения. Заметим, что получена качественная оценка эффективности.

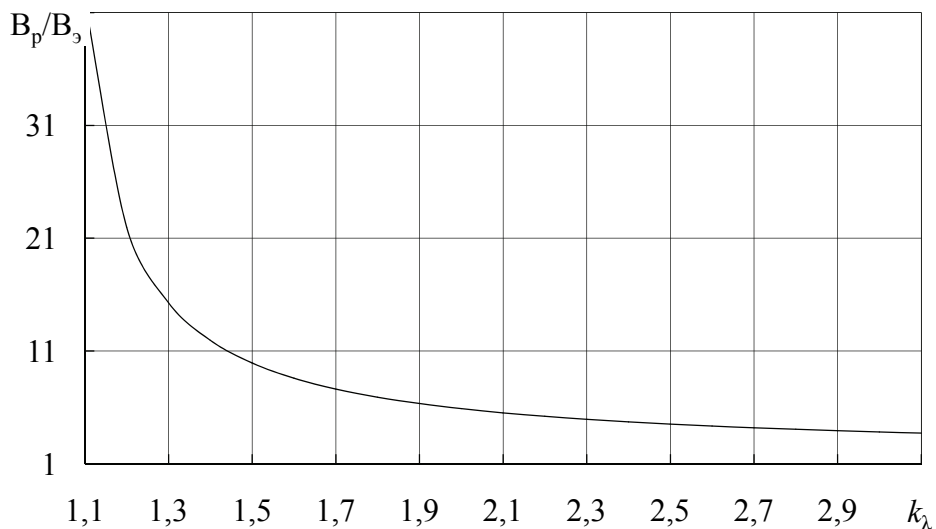


Рис. 2.7. Сравнение модифицированного и традиционного методов применения непараметрических алгоритмов по расстоянию Бхаттачария

Предварительную количественную оценку эффективности довольно просто можно выполнить с помощью питмэновской асимптотической относительной эффективности (АОЭ) [8, 11, 14], определяемой с учетом материала п. 4.2 следующим выражением

$$A_{2.1} = \lim_{K \rightarrow H} ((E'_{1.2}\{k_\lambda\}/V_{0.2})/(E'_{1.1}\{k_\lambda\}/V_{0.1}))^2, \quad (2.24)$$

где $E'_{1.1}$, $E'_{1.2}$ – производные математических ожиданий статистик сопоставляемых критериев при альтернативе; $V_{0.1}$, $V_{0.2}$ – дисперсии статистик сопоставляемых тестов при гипотезе.

Величину АОЭ определим для случая использования рассматриваемого ниже рангового двухвыборочного теста суммы рангов. Учтем, что при модифицированном методе применения непараметрических алгоритмов гипотетические элементы имеют равномерное распределение, а при традиционном – экспоненциальное. После несложных преобразований можно получить $A_{2.1} = 4$. Это означает, что в пределе, когда альтернатива стремится к гипотезе, модифицированный метод требует в 4 раза меньший объем выборки, чем традиционный. Отметим, что при стремлении альтернативы к гипотезе объем выборки стремится к бесконечности и, казалось бы, по величине АОЭ трудно судить о качестве сравниваемых процедур для конечных объемов выборок. Однако, как указывается в [8, 11], для совсем малых выборок часто наблюдается обнадеживающее совпадение асимптотических результатов с точными. Далее будет показано, что это имеет место и в исследуемой ситуации.

Таким образом, можно ожидать высокую эффективность применения рассмотренных быстрых непараметрических алгоритмов обнаружения пуассоновских сигналов. Очевидно, что и выбор непараметрических тестов должен быть связан с ориентировкой на равномерное распределение.

Глава 3

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕСТЫ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ

Известно довольно много непараметрических тестов, в том числе ранговых, различения гипотез [2, 3, 5–7, 13]. Они в том или ином виде могут быть использованы и для решения задачи обнаружения сигналов на фоне помех [1–12], т. к. она является задачей различения двух типов распределений (плотностей) – при гипотезе $F_1(x)$ ($f_1(x)$) и альтернативе $F_2(x)$ ($f_2(x)$) [8].

3.1. Выбор непараметрических тестов

При выборе тестов будем исходить из следующих положений.

1. В случае параметрической априорной неопределенности, когда имеют место пуассоновские потоки или последовательности экспоненциальных распределений, гипотетические элементы $\{t_i\}$ (см. п. 2.5) принадлежат равномерным распределениям. При альтернативе распределение отличается и сдвигом, и масштабом одновременно, что особенно наглядно видно из рис. 2.4.

Остальные положения целесообразно принимать в расчет для обоих случаев, когда имеет место параметрическая или непараметрическая априорная неопределенность.

2. Обычно практически полезны те тесты, статистики которых имеют точное или асимптотическое распределение при истинности гипотезы. Тогда легко определить пороги решения по задаваемому уровню ложной тревоги.

3. Важно, чтобы статистики тестов позволяли доступно и просто изучать показатели качества обнаружения.

4. Статистики тестов должны обеспечивать простоту практической реализации.

Поиск ранговых тестов, «настроенных» на равномерные распределения, показал, что они имеют два существенных недостатка [2]. С одной стороны, они не являются асимптотически оптимальными (вообще не существует ранговых тестов, асимптотически оптимальных для равномерных плотностей), а с другой – являются нелинейными ранговыми статистиками, и их асимптотическое распределение не гауссово, что затрудняет их практическую реализацию. Кроме того, как уже отмечалось,

в нашем случае распределение при альтернативе отличается и сдвигом, и масштабом. Для такого случая локально наиболее мощные тесты еще не найдены.

В совокупности вышеизложенные положения (требования) приводят к наиболее простым и хорошо изученным непараметрическим тестам, позволяющим сравнительно легко строить реализуемые на практике обнаружители сигналов.

Чаще для обнаружения сигналов используют двухвыборочные тест Вилкоксона (или Манна – Уитни, или суммы рангов) и весьма простой в практической реализации знаковый тест [8, 10]. Более мощными оказываются ранговые тесты, которые в отличие от знакового учитывают не только факт, но и степень отклонения элементов исследуемой выборки от некоторого уровня или элементов опорной выборки. Заметим также, что двухвыборочные тесты охватывают более общие случаи обнаружения сигналов, чем одновыборочные, поскольку нуждаются в меньшем количестве априорных сведений [8]. Обусловлено это использованием опорной (или помехой) выборки, которая является фактически «обучающей». Поэтому в тех РЭС, в которых имеется возможность получить помеховую выборку в соседнем с испытуемым канале, целесообразно использование двухканальных алгоритмов обнаружения. Отметим одно важное свойство статистик ранговых тестов: инвариантность относительно нелинейных монотонных преобразований. Действительно, любое преобразование этого типа не нарушает порядок расположения отсчетов в вариационном ряду, а значит, и не изменяет значения их рангов. Поэтому мощность теста и его значимость остаются такими же, как и до преобразования. Безусловно, применение ранговых алгоритмов приводит к неизбежной потере части информации, однако при увеличении объема наблюдений эти потери уменьшаются.

Тест суммы рангов (или Манна – Уитни) наиболее изучен и довольно широко распространен в задачах обнаружения сигналов, сравнительно прост в практической реализации [2, 8, 11]. Известно, что тест суммы рангов с правосторонней критической областью является локально наиболее мощным ранговым тестом для проверки гипотезы относительно альтернативы положительного сдвига при плотности логистического типа [2] и асимптотически оптимален для этой плотности. Применяется он и при более общих альтернативах с использованием правосторонней и левосторонней критических областей.

Также обращает на себя внимание менее распространенный тест Вальда – Вольфовица (или суммы серий) [12]. Он основан на количестве серий, состоятелен против общих альтернатив $F_1(x) \neq F_2(x)$. Его привлекательность обусловлена тем, что в случае рассмотренной параметри-

ческой априорной неопределенности тест имеет, что будет далее показано, с одной стороны, простую практическую реализацию, а с другой – оказывается эффективнее знакового теста.

3.2. Тест Манна – Уитни

Данный тест является одним из наиболее известных и изученных среди двухвыборочных ранговых тестов [2, 11]. Он основан на статистике

$$S = \sum_{j=1}^{m_1} \sum_{k=1}^{m_2} h(t_{1j} - t_{2k}) = \sum_{j=1}^{m_1} R_j - 0,5 m_1(m_1 + 1), \quad (3.1)$$

где $h(t_{1j} - t_{2k}) = \{1, t_{1j} > t_{2k}; 0, t_{1j} < t_{2k}\}$ – индикатор числа инверсий (имеет место одна инверсия, если в общем вариационном ряду, составленном из t_1 и t_2 , элемент t_{1j} появляется позднее t_{2k} , т. е. $t_{1j} > t_{2k}$; R_j – ранг элемента первой выборки в общем вариационном ряду.

При $m_1 > 3$ и $m_1 + m_2 \geq 20$ гауссово приближение для распределения статистики Манна – Уитни оказывается достаточно точным. Параметры этого распределения определяются следующими выражениями:

при гипотезе

$$E_0 = 0,5m_1m_2, \quad (3.2)$$

$$V_0 = m_1m_2(m_1 + m_2 + 1)/12, \quad (3.3)$$

при альтернативе

$$E_1 = p_1m_1m_2, \quad (3.4)$$

$$V_1 = m_1m_2((m_1 - 1)r^2 + (m_2 - 1)s^2 + p_1q), \quad (3.5)$$

где

$$p_1 = \int_{-\infty}^{\infty} F_1(t)dF_2(t), \quad (3.6)$$

$$q = 1 - p_1 = \int_{-\infty}^{\infty} F_2(t)dF_1(t),$$

$$r^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (F_2(t) - q)^2 dF_1(t), \quad (3.7)$$

$$s^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (F_1(t) - p_1)^2 dF_2(t).$$

Формулы (3.2)–(3.7) используются при произвольном объеме m_1 и m_2 выборок. Для рассматриваемого случая $m_1 = m_2 = m$ имеем простые выражения

$$E_0 = 0,5m^2, \quad (3.8)$$

$$V_0 = m^2(2m + 1)/12 \cong m^3/6, \quad (3.9)$$

$$E_1 = p_1 m^2, \quad (3.10)$$

$$V_1 = m^2((m - 1)(r^2 + s^2) + p_1 q). \quad (3.11)$$

3.3. Тест Вальда – Вольфовица

Тест основан на статистике общего количества серий [12]

$$S = s_1 + s_2, \quad (3.12)$$

где s_1, s_2 – число серий элементов первой и второй выборок соответственно в общем вариационном ряду (серией называют последовательность элементов одной выборки в общем вариационном ряду, ограниченную с двух сторон элементами другой выборки). Распределение статистики при $m \geq 20$ приближается к гауссову с параметрами:

- при гипотезе

$$E_0 = m + 1, \quad (3.13)$$

$$V_0 = m(m - 1)/(2m - 1), \quad (3.14)$$

- при альтернативе

$$E_1 = 2m \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t) / (f_1(t) + f_2(t)) dt, \quad (3.15)$$

$$V_1 = 4m \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f_1^2(t) f_2^2(t) / (f_1(t) + f_2(t))^3 dt + \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t) (f_1^3(t) + f_2^3(t)) / (f_1(t) + f_2(t))^4 dt - \left(\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2^2(t) / (f_1(t) + f_2(t))^2 dt \right)^2 - \left(\int_{-\infty}^{\infty} f_1^2(t) f_2(t) / (f_1(t) + f_2(t))^2 dt \right)^2 \right\}. \quad (3.16)$$

3.4. Знаковые тесты

Двухвыборочный знаковый тест можно получить из отношения правдоподобия при рассмотрении соответствующих гипотезы H и альтернативы K [16]. Пусть имеется две выборки элементов $\{x_i\} = x_1, \dots, x_m$ и $\{y_i\} = y_1, \dots, y_m$ из произвольных непрерывных распределений $F_1(x)$ и

$F_2(y)$. Рассмотрим разности элементов выборок $\Delta_1 = x_1 - y_1, \dots, \Delta_m = x_m - y_m$. Запишем вероятность события, состоящего в том, что $\Delta_i = x_i - y_i > 0$: $p = P\{\Delta_i > 0\} = P\{y_i < x_i\}$. Эта вероятность определяется выражением [5]

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} F_2(x) dF_1(x). \quad (3.17)$$

Из (3.17) следует, что при выполнении гипотезы $p = 0,5$. Используя этот факт, определим структуру теста, не требующего знания распределений $F_1(x)$ и $F_2(y)$. Для этого по аналогии с [1] введем условные плотности $f(\Delta_i | \Delta_i > 0) = f_{>0}$, $f(\Delta_i | \Delta_i < 0) = f_{<0}$ и рассмотрим условную плотность распределения

$$f(\Delta_i) = f = pf_{>0} + (1 - p)f_{<0}. \quad (3.18)$$

При выполнении гипотезы $p = 0,5$ и из (3.18) получаем

$$f_0 = 0,5(f_{>0} + f_{<0}). \quad (3.19)$$

Используя (3.18) и (3.19), найдем отношение правдоподобия

$$\Lambda(\Delta_1, \dots, \Delta_m) = \prod_{i=1}^m f(\Delta_i) / f_0(\Delta_i). \quad (3.20)$$

При выполнении неравенства $\Delta_i > 0$ имеем

$$f(\Delta_i) = pf_{>0}, \quad f_0(\Delta_i) = 0,5f_{>0}. \quad (3.21)$$

Если имеет место неравенство $\Delta_i < 0$, то

$$f(\Delta_i) = (1 - p)f_{<0}, \quad f_0(\Delta_i) = 0,5f_{<0}. \quad (3.22)$$

Подставляя (3.21) и (3.22) в (3.20), получаем

$$\Lambda(\Delta_1, \dots, \Delta_m) = 2^m p^{\sum_{i=1}^m z(\Delta_i)} (1 - p)^{m - \sum_{i=1}^m z(\Delta_i)}, \quad (3.23)$$

где

$$z(\Delta_i) = \begin{cases} 1, & \text{при } \Delta_i > 0, \\ 0, & \text{при } \Delta_i < 0. \end{cases} \quad (3.24)$$

Таким образом, согласно (3.23) оптимальный тест для рассмотренных гипотезы и альтернативы представляет собой знаковый тест, принимающий решение о выполнении альтернативы, если

$$S = \sum_{i=1}^m z(\Delta_i) \geq c, \quad (3.25)$$

где c – порог принятия решения. При выполнении обратного неравенства принимается решение о выполнении гипотезы.

Применение знакового критерия, когда нужно сравнивать величины интервалов с одинаковым индексом в обоих пуассоновских потоках, связано с необходимостью последовательного запоминания величин интервалов (рис. 3.1). Чем сильнее отличаются интенсивности этих потоков, тем больше величин, подлежащих запоминанию.

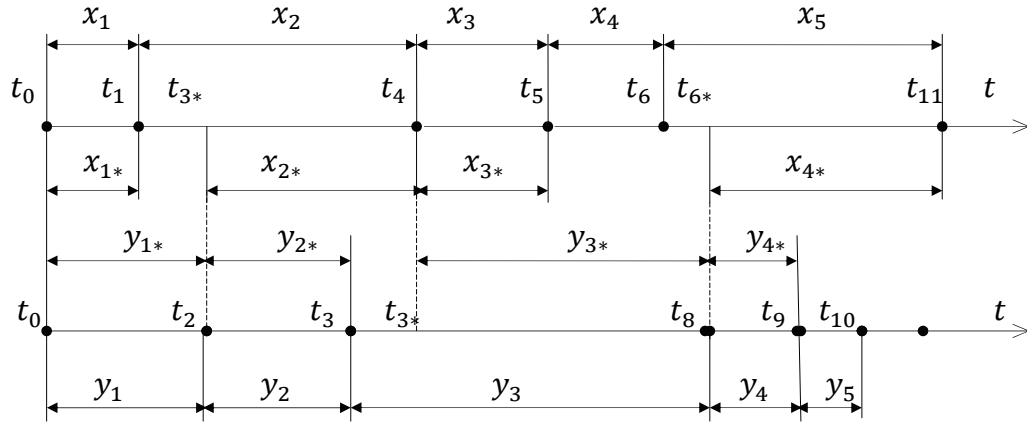


Рис. 3.1

Для упрощения практической реализации знакового теста проведем его модификацию. Изменения базируются на известном свойстве показательного закона распределения [13]: если промежуток времени, распределенный по этому закону, уже длился некоторое время, то это не влияет на закон распределения оставшейся части. Это позволяет рассматривать пары интервалов (см. рис. 3.1) $x_{1*}, y_{1*}; x_{2*}, y_{2*}; \dots; x_{n*}, y_{n*}$, начинающиеся в один и тот же момент времени, что существенно упрощает практическую реализацию критерия. Модифицированный знаковый тест запишем в виде

$$S = \sum_{i=1}^m z_{i*} \geq c, \quad (3.26)$$

где

$$z_{i*} = \begin{cases} 1, & x_{i*} > y_{i*}, \\ 0, & x_{i*} < y_{i*}. \end{cases} \quad (3.27)$$

Найдем уровень значимости и мощность знаковых тестов. Уровень значимости теста, основанного на традиционной статистике, определяется выражением [7]

$$F = 1 - I_{0,5}\{m - [c], [c] + 1\}, \quad (3.28)$$

где $I_{0,5}$ – отношение неполной бета-функции к полной бета-функции; $[c]$ – целая часть числа. Мощность теста равна

$$D = 1 - I_{1-p}\{m - [c], [c] + 1\}. \quad (3.29)$$

При $m \gg 1$ справедливы приближения

$$F \cong \Phi((0,5m - 1 - [c]) / (0,5\sqrt{m})), \quad (3.30)$$

$$D \cong \Phi((mp - 1 - [c]) / \sqrt{mp(1-p)}) \cong$$

$$\cong \Phi(0,5(\sqrt{m}(2p - 1) - \Phi^{-1}(1 - F))/\sqrt{p(1 - p)}). \quad (3.31)$$

При использовании двухстороннего правила

$$D \cong \Phi(0,5(\sqrt{m}(2p - 1) - \Phi^{-1}(1 - 0,5F))/\sqrt{p(1 - p)}). \quad (3.32)$$

Как можно заметить из рис. 3.1, модифицированный тест отличается от традиционного потерями в объеме выборки, что приводит к уменьшению эффективности первого теста по сравнению со вторым. Мощность модифицированного знакового теста можно получить из выражений (3.31) и (3.32) заменой m на m_* . Очевидно, что

$$m_* = m(1 - P_{\Pi}), \quad (3.33)$$

где P_{Π} – вероятность потерь в объеме выборки.

Тогда

$$D \cong \Phi(0,5(\sqrt{m(1 - P_{\Pi})}(2p - 1) - \Phi^{-1}(1 - 0,5F))/\sqrt{p(1 - p)}). \quad (3.34)$$

Для нахождения вероятности потерь в (3.33) воспользуемся тем, что представленное на рис. 3.1 можно интерпретировать как процесс функционирования системы массового обслуживания с ограниченной длиной очереди [14]. Для определенности положим, что верхняя последовательность – это поток заявок, а нижняя – поток обслуживаний. В момент времени t_1 поступает заявка и начинается ее обслуживание. В момент времени t_2 обслуживание заявки завершено. Очередная заявка приходит в момент времени t_4 , и обслуживание ее заканчивается в момент времени t_7 . Видно, что за интервал времени обслуживания $[t_4, t_7]$ на систему поступает еще две заявки (в моменты времени t_5 и t_6), но обслуженной будет только одна заявка, т. е. в очереди для ожидания есть только одно место.

Для рассмотренной смешанной системы массового обслуживания известна вероятность потерь заявок, равная в нашем случае вероятности потерь в объеме выборки [13, 14, 15]

$$P_{\Pi} = \alpha^{l+j}/(l!j!)(1 + \sum_{i=1}^l(\alpha^i/i!) + \alpha^l/l! \sum_{s=1}^j(\alpha/l)^s)^{-1}, \quad (3.35)$$

где $\alpha = \lambda_3/\lambda_{об}$; $\lambda_3, \lambda_{об}$ – плотности потока заявок и потока обслуживаний соответственно; l – число каналов системы; j – число заявок, которые могут находиться в очереди.

Так как в данном случае $l = j = 1$, то из (3.35) получаем

$$P_{\Pi} = \alpha^2/(1 + \alpha + \alpha^2). \quad (3.36)$$

Из выражения (3.36) следует, что при одинаковых плотностях потока заявок и потока обслуживаний вероятность потерь заявок равна 1/3, что

должно привести к снижению эффективности модифицированного знакового теста по сравнению с классическим.

После подстановки (3.36) в (3.34) имеем

$$D \cong \Phi(0,5(2p - 1)(\sqrt{m(1 + \alpha)/(1 + \alpha + \alpha^2)} - \Phi^{-1}(1 - 0,5F))/\sqrt{p(1 - p)}). \quad (3.37)$$

Решим вопрос о присвоении выборкам свойств потока заявок или потока обслуживаний. Условие для такого присвоения одно. Очевидно, что суммирование в знаковом тесте ведется по меньшему объему выборки. По изменению объема выборки судим о потерях. Отсюда следует, что поток, представляющий собой меньшую выборку, является потоком заявок, а другой поток – потоком обслуживаний.

При выполнении гипотезы вероятности событий $\{m_1 < m_2\}$ и $\{m_1 > m_2\}$ равны: $P\{m_1 < m_2\} = P\{m_1 > m_2\}$, а т. к. они составляют полную группу событий, то их значение равно 0,5. Таким образом, при выполнении гипотезы любой из двух потоков может быть либо потоком обслуживаний, либо потоком заявок. Поэтому суммарная вероятность потерь в виде

$$P_{спН} = P\{m_1 > m_2\}P_{пм_1 > m_2} + P\{m_1 < m_2\}P_{пм_1 < m_2}$$

равна $P_{спН} = P_{п}$.

При выполнении альтернативы рассмотрим случай, когда $m_1, m_2 \gg 1$. Для него приемлемы приближенные равенства:

1) если $P\{m_1 > m_2\} \approx 1$, $P\{m_1 < m_2\} = 0$, то $P_{спК} = P_{пм_1 > m_2} = P_{п}$;

2) если $P\{m_1 < m_2\} \approx 1$, $P\{m_1 > m_2\} = 0$, то $P_{спК} = P_{пм_1 < m_2} = P_{п}$,

т. е. процесс, имеющий меньшую интенсивность потока (далее в практических применениях – чистый шум), можно представить как поток заявок, а процесс, обладающий большей интенсивностью (смесь сигнала и шума), как поток обслуживания.

Глава 4

БЫСТРАЯ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ПРОСТОЙ ГИПОТЕЗЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ПАРАМЕТРА ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

4.1. Постановка задачи

Пусть имеются две выборки одинакового фиксированного объема m из экспоненциальных распределений с параметрами λ_1 и λ_2 соответственно. Необходимо проверить гипотезу $H: \lambda_1 = \lambda_2$ относительно одной из альтернатив $K: \lambda_1 > \lambda_2, \lambda_1 < \lambda_2, \lambda_1 \neq \lambda_2$. Состыкованные по порядку появления элементы выборок представляют собой два пуассоновских потока, каждый по m фиксированных точек на интервалах $[0, T_1]$ и $[0, T_2]$. Величины T_1 и T_2 при фиксированном m являются случайными величинами.

В п. 2.5 показано, что каждый из потоков можно представить как результат упорядочения гипотетических элементов выборок из равномерных распределений с плотностями

$$f_1(t) \cong \begin{cases} 1/T_1 \cong \lambda_1/n, & 0 < t < T_1, \\ 0, & t \leq 0, t \geq T_1, \end{cases} \quad (4.1)$$

$$f_2(t) \cong \begin{cases} 1/T_2 \cong \lambda_2/n, & 0 < t < T_2, \\ 0, & t \leq 0, t \geq T_2. \end{cases} \quad (4.2)$$

Таким образом, проверка простой гипотезы о параметре экспоненциального распределения преобразована в проверку гипотезы о параметре равномерного распределения. Это, в конечном счете, позволяет в случае рассматриваемой параметрической априорной неопределенности обеспечить работу K -выборочных непараметрических алгоритмов принятия решений (обнаружения сигналов) в реальном масштабе времени, т. к. исключены операции запоминания и упорядочения элементов выборок из экспоненциальных распределений. Как указывалось, в связи с этим алгоритмы названы быстрыми. Найдем их показатели качества при использовании выбранных ранее двухвыборочных непараметрических тестов: Манна – Уитни, Вальда – Вольфовица и модифицированного знакового.

4.2. Показатели качества правил принятия решения

4.2.1. Быстрый алгоритм Манна – Уитни

Быстрый алгоритм Манна – Уитни основан на статистике (см. п. 3.2)

$$S = \sum_{j=1}^{m_1} \sum_{k=1}^{m_2} h(t_{1j} - t_{2k}) = \sum_{j=1}^{m_1} R_j - 0,5 m_1(m_1 + 1). \quad (4.3)$$

В общем случае надо рассматривать два варианта: известно точно, для какой из выборок верна гипотеза, или это неизвестно. В первом случае надо применять одностороннее правило принятия решения, во втором – двухстороннее.

Для односторонних правил принятия решения уровни значимости с учетом гауссовой аппроксимации статистики имеют вид

$$F_2 = \Phi\{(c_2 - E_0)/\sqrt{V_0}\}, F_1 = \Phi\{(E_0 - c_1)/\sqrt{V_0}\}, \quad (4.4)$$

где F , c – соответственно уровень значимости и порог решения (нижние индексы «2» и «1» обозначают лево- и правосторонний пороги решения). В соответствии с критерием Неймана – Пирсона пороги решения из (4.4) равны

$$c_{1.2} = E_0 \pm \sqrt{V_0} \Phi^{-1}(1 - F/2), \quad (4.5)$$

где знаки «+» и «-» соответствуют право- и левостороннему порогам решения. Для лево- и правостороннего правил принятия решения уровни значимости F приняты одинаковыми. Тогда мощности правил принятия решения имеют вид

$$D_1 = \Phi\{(E_1 - c_1)/\sqrt{V_1}\}, \quad (4.6)$$

$$D_2 = \Phi\{(c_2 - E_1)/\sqrt{V_1}\}. \quad (4.7)$$

Подставляя (4.5) в (4.6) и (4.7), получаем

$$D = D_1 = D_2 = \Phi\left\{\left(\Delta E - \sqrt{V_0} \Phi^{-1}(1 - F/2)\right)/\sqrt{V_1}\right\}, \quad (4.8)$$

где

$$\Delta E = |E_1 - E_0|. \quad (4.9)$$

Для двухстороннего правила принятия решения

$$D = \Phi\left\{\left(\Delta E - \sqrt{V_0} \Phi^{-1}(1 - F/2)\right)/\sqrt{V_1}\right\}. \quad (4.10)$$

Из (3.8)–(3.11) с учетом (4.1) и (4.2) получаем выражения для математических ожиданий и дисперсии статистики при альтернативе

$$E_1 = m^2(1 - 0,5/k_\lambda) = E_0(2k_\lambda - 1)/k_\lambda, \lambda_1 \geq \lambda_2, \quad (4.11)$$

$$E_1 = 0,5m^2/k_\lambda = E_0/k_\lambda, \lambda_2 \geq \lambda_1, \quad (4.12)$$

$$V_1 = m^2(2m + 1)(2k_\lambda - 1)/(12k_\lambda^2), \quad (4.13)$$

где

$$k_\lambda = \{ \lambda_1/\lambda_2, \lambda_1 \geq \lambda_2; \lambda_2/\lambda_1, \lambda_2 \geq \lambda_1 \}. \quad (4.14)$$

При $m \geq 10$ из (4.13) имеем

$$V_1 \cong m^3(2k_\lambda - 1)/(6k_\lambda^2) = V_0(2\sqrt{2k_\lambda - 1} - 1)/k_\lambda^2. \quad (4.15)$$

Мощность двухстороннего правила принятия решения (4.10) с учетом (4.9), (4.11)–(4.14) равна

$$D = \Phi\{k_\lambda/\sqrt{2k_\lambda - 1}(\sqrt{3}m/\sqrt{2m + 1}(1 - 1/k_\lambda) - \Phi^{-1}(1 - F/2))\}. \quad (4.16)$$

При $m \geq 10$ получаем еще более простое выражение

$$D = \Phi\{k_\lambda/\sqrt{2k_\lambda - 1}(\sqrt{1,5}m(1 - 1/k_\lambda) - \Phi^{-1}(1 - F/2))\}, \quad (4.17)$$

откуда

$$m = 2/3 \left(\left(\sqrt{2k_\lambda - 1} \Phi^{-1}(D)/k_\lambda + \Phi^{-1}(1 - F/2) \right) / (1 - 1/k_\lambda) \right)^2. \quad (4.18)$$

4.2.2. Быстрый алгоритм Вальда – Вольфовица

Быстрый алгоритм Вальда – Вольфовица основан на статистике (3.12)

$$S = s_1 + s_2. \quad (4.19)$$

Критерий является односторонним. Его критическое значение, определяемое при гауссовой аппроксимации с учетом (3.13) и (3.14), равно

$$c = E_0 - \sqrt{V_0} \Phi^{-1}(1 - F) = m + 1 - \sqrt{m(m - 1)/(2m - 1)} \Phi^{-1}(1 - F). \quad (4.20)$$

Мощность правила принятия решения имеет вид

$$D = \Phi\{(c - E_1)/\sqrt{V_1}\}. \quad (4.21)$$

Математическое ожидание и дисперсия статистики на основании (3.15), (3.16) и (4.1), (4.2) оказываются равными

$$E_1 = 2m/(1 + k_\lambda), \quad (4.22)$$

$$V_1 = 4mk_\lambda(1 + k_\lambda^2)/(1 + k_\lambda)^4. \quad (4.23)$$

Из (4.21) с учетом (4.20), (4.22) и (4.23) получаем

$$D = \Phi \left\{ 0,5(1 + k_\lambda)^2 / \sqrt{k_\lambda(1 + k_\lambda^2)} (\sqrt{m}(k_\lambda - 1)/(1 + k_\lambda) + 1 - \right. \\ \left. - \sqrt{(m - 1)/(2m - 1)} \Phi^{-1}(1 - F)) \right\}. \quad (4.24)$$

При $m \geq 20$ имеем еще более удобное для расчетов выражение

$$D = \Phi \left\{ 0,5(1 + k_\lambda)^2 / \sqrt{2k_\lambda(1 + k_\lambda^2)} (\sqrt{2m}(k_\lambda - 1)/(1 + k_\lambda) - \right. \\ \left. - \Phi^{-1}(1 - F)) \right\}, \quad (4.25)$$

откуда

$$m = 0,5((1 + k_\lambda)/(k_\lambda - 1) \times \\ \times \left(2 \sqrt{2k_\lambda(1 + k_\lambda^2)} \Phi^{-1}(D)/(1 + k_\lambda)^2 + \Phi^{-1}(1 - F) \right)^2). \quad (4.26)$$

4.2.3. Алгоритм модифицированного знакового теста

Алгоритм модифицированного знакового теста основан на статистике (3.26)

$$S = \sum_{i=1}^m z_{i*}, \quad (4.27)$$

где

$$z_{i*} = \begin{cases} 1, & x_{i*} > y_{i*}, \\ 0, & x_{i*} < y_{i*}. \end{cases} \quad (4.28)$$

В п. 3.4 установлено, что процесс, имеющий меньшую интенсивность потока, можно представить как поток заявок, а процесс, обладающий большей интенсивностью, – поток обслуживания. Поэтому (см. (3.35))

$$\alpha = \lambda_3/\lambda_{06} = 1/k_\lambda, \quad k_\lambda \geq 1. \quad (4.29)$$

Тогда из (3.36) и (3.37) получаем

$$P_{\text{II}} = 1/(k_\lambda^2 + k_\lambda + 1), \quad (4.30)$$

$$D \cong \Phi(0,5(\sqrt{m(1 - P_{\text{II}})}(2p - 1) - \Phi^{-1}(1 - F/2))/\sqrt{p(1 - p)}). \quad (4.31)$$

С учетом (4.30), (3.37) и рассматриваемой экспоненциальной выборки из (4.31) имеем выражение мощности алгоритма модифицированного двухвыборочного знакового теста

$$D \cong \Phi \left\{ 0,5 \left((1 + k_\lambda) \sqrt{m(1 + k_\lambda)/(1 + k_\lambda(1 + k_\lambda))} - (1 + k_\lambda)/\sqrt{k_\lambda} \Phi^{-1}(1 - F/2) \right) \right\}, \quad (4.32)$$

откуда

$$m \cong (1 + k_\lambda(1 + k_\lambda))/((1 + k_\lambda)(k_\lambda - 1)^2) \times (2\Phi^{-1}(D) + (1 + k_\lambda)/\sqrt{k_\lambda} \Phi^{-1}(1 - F/2))^2. \quad (4.33)$$

Глава 5

ОСНОВЫ ТЕОРИИ БЫСТРЫХ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ

В главе получены алгоритмы обнаружения и показатели качества сигналов при фиксированных отсчетах (независимых и зависимых) и последовательные алгоритмы, а также показатели качества оценивания момента появления полезного сигнала при фиксированных независимых отсчетах. Материалы главы рассмотрены в работах автора [18–22].

5.1. Математическая модель и постановка задачи

Имеются выборки $\{Z_k\} = Z_{k1}, \dots, Z_{kN}$, где $k = 1, 2$. Для обеспечения реализации непараметрических алгоритмов в реальном масштабе времени разделим элементы N_k выборок на P -группы по m_k элементов в каждой, т. е. $N_k = m_k P$. Требуется проверить гипотезу H : элементы выборки Z_k имеют одинаковые распределения $F_1(z)$ – принимается чистая помеха, относительно альтернативы K : p -группы элементов ($p < P$) выборки Z_1 (или Z_2) имеют распределение $F_2(z)$, а $(P - p)$ -группы элементов этой выборки и P -группы элементов выборки Z_2 (или Z_1) – распределение $F_1(z)$, т. е. p -группы элементов выборки Z_1 (или Z_2) содержат полезный сигнал.

Необходимо также при выполнении альтернативы оценить номера групп, для которых она справедлива, т. е. оценить момент появления сигнала.

5.2. Алгоритмы обнаружения сигналов

Для каждой группы элементов предварительно вычислим значение статистики непараметрического теста S_l^L . Нижний индекс указывает на используемый l -й непараметрический тест, пока не конкретизируемый, верхний – на то, что статистика определяется на $L = m_1 + m_2$ элементах. Таким образом, выполнен переход от наблюдений $\{Z_k\}$ к значениям статистики непараметрического теста $\{S_l^L\}$. Это преобразование является необратимым. Поэтому при обработке $\{S_l^L\}$ часть информации, заключенной в $\{Z_k\}$, теряется и искомый алгоритм обработки будет уступать в эффективности оптимальному. Однако первый алгоритм, в отличие от

второго, обеспечивает стабильность вероятности ложной тревоги при изменении статистических характеристик помехи.

Здесь уместно сказать, что известны примеры преобразования исходных наблюдаемых данных, неудобных с той или иной точки зрения для обработки в целях извлечения полезной информации. Одним из примеров такого преобразования является «выбеливание» небелого шума при решении задач обнаружения и измерения на фоне мешающих отражений.

Заметим, что число элементов множества $\{S_i^L\}$ в P раз меньше числа элементов множества $\{Z_k\}$, что существенно упрощает практическую реализацию сложных и эффективных (например, ранговых) непараметрических алгоритмов и делает возможной их работу в реальном масштабе времени.

Большое число статистик непараметрических тестов уже при сравнительно небольших объемах выборок (10–20) имеют нормальное распределение как при гипотезе, так и при альтернативе [1]. Причем при гипотезе математическое ожидание E_0 и дисперсия V_0 упомянутого нормального распределения известны и не зависят от вида и параметров неизвестного непрерывного распределения $F_1(z)$. При альтернативе математическое ожидание E_1 и дисперсия V_1 зависят от распределения результатов наблюдения. Вид зависимости определяется выбранным непараметрическим тестом. Известно, что при близких гипотезе и альтернативе и $m \gg 1$ имеет место приближенное равенство $V_1 \approx V_0$ (случай соответствует слабому сигналу).

Таким образом, имеется последовательность $\{S_i^L\}$ статистик непараметрических тестов с нормальными распределениями $N(S; E_0, V_0)$ при гипотезе и $N(S; E_1, V_0)$ при альтернативе. Обнаружение сигналов сводится к проверке простой гипотезы: математическое ожидание нормальной случайной величины равно E_0 относительно сложной альтернативы – математическое ожидание $E_1 > E_0$ или $E_1 < E_0$ (дисперсия нормальной случайной величины V_0 известна).

Оптимальное по критерию Неймана – Пирсона правило выбора решения [2] определяется выражениями

$$\frac{1}{P} \sum_{i=1}^P S_{ii}^L \geq c, \text{ или } \sum_{i=1}^P S_{ii}^L \geq Pc = c_1, \text{ при } E_1 > E_0; \quad (5.1)$$

$$\frac{1}{P} \sum_{i=1}^P S_{ii}^L \leq c_2, \text{ при } E_1 < E_0, \quad (5.2)$$

где c, c_1, c_2 – пороги решения, зависящие от задаваемой вероятности ложной тревоги. Эти правила являются равномерно наиболее мощными относительно сложных альтернатив, для которых $E_1 > E_0$ (правило (5.1)) и $E_1 < E_0$ (правило (5.2)).

Если сложная альтернатива такова, что $E_1 \neq E_0$, т. е. рассматриваются все действительные значения, то равномерно наиболее мощного правила нет. Несмещенное равномерно наиболее мощное правило имеет вид [2]

$$\left| \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P S_{li}^L - E_0 \right| \geq c_3, \quad (5.3)$$

где c_3 – порог решения.

В левые части неравенств (5.1)–(5.3) входит сумма, которая представляет собой перемешанный тест. Таким образом, перемешанные непараметрические тесты, предложенные Фойстеллом и Дэвиссоном [3], являются, при указанных допущениях, оптимальными по критерию Неймана – Пирсона правилами выбора решения при проверке простой гипотезы о величине математического ожидания относительно сложной альтернативы.

Правила выбора решения (5.1) и (5.2) предпочтительнее (5.3), особенно в случаях использования двухвыборочных тестов, когда есть возможность определить канал с сигналом. Эти правила и исследуются в дальнейшем.

Для принятия решения о наличии полезного сигнала по P -группам элементов надо вычислять «скользящую» сумму

$$S_l^n(j) = \sum_{i=j-\frac{p}{2}+1}^{j+\frac{p}{2}} S_{li}^L, \quad (5.4)$$

где $j = p/2, \dots, P - p/2$; $n = PL$, и сравнивать ее с порогами. Это позволяет не только обнаруживать случайно появившийся сигнал, но и оценивать момент его появления по номеру группы j , при которой произошло превышение порога.

5.3. Показатели качества обнаружения сигналов

5.3.1. Вероятность ложной тревоги.

Пороги решения

При гипотезе величины $\{S_{li}^L\}$ независимы и одинаково распределены. Поэтому сумма в (5.4) также имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $E_0\{S_l^L\} = pE_0$ и дисперсией $V_0\{S_l^L\} = pV_0$. Тогда вероятность ложной тревоги при право- и левостороннем порогах (c_1 и c_2) решения равны

$$F = 1 - \Phi((c_1 - pE_0)/\sqrt{pV_0}) = \Phi((pE_0 - c_1)/\sqrt{pV_0}), \quad (5.5)$$

$$F = 1 - \Phi((pE_0 - c_2)/\sqrt{pV_0}), \quad (5.6)$$

где

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt \quad (5.7)$$

является интегралом вероятности.

Из (5.5) и (5.6) следует выражение для порогов решения

$$c_{1,2} = pE_0 \pm \sqrt{pV_0} \Phi^{-1}(1 - F), \quad (5.8)$$

где $\Phi^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная интегралу вероятности.

5.3.2. Вероятность правильного обнаружения

При альтернативе величины $\{S_{ii}^L\}$ также независимы и одинаково распределены, и сумма в (5.4) имеет нормальное распределение с математическим ожиданием pE_1 и дисперсией pV_0 . Поэтому вероятность правильного обнаружения равна

$$D = \Phi((pE_1 - c_1)/\sqrt{pV_0}), \quad E_1 \geq E_0, \quad (5.9)$$

$$D = \Phi((c_2 - pE_1)/\sqrt{pV_0}), \quad E_1 \leq E_0. \quad (5.10)$$

Подставляя (5.8) в (5.9) и (5.10), получаем

$$D = \Phi(\sqrt{p/V_0}(E_1 - E_0) - \Phi^{-1}(1 - F)), \quad E_1 \geq E_0, \quad (5.11)$$

$$D = \Phi(\sqrt{p/V_0}(E_0 - E_1) - \Phi^{-1}(1 - F)), \quad E_1 \leq E_0. \quad (5.12)$$

Введем обозначение

$$\Delta E = \begin{cases} E_1 - E_0, & \text{при } E_1 \geq E_0, \\ E_0 - E_1, & \text{при } E_1 \leq E_0. \end{cases} \quad (5.13)$$

Тогда

$$D = \Phi(\sqrt{p/V_0} \Delta E - \Phi^{-1}(1 - F)). \quad (5.14)$$

Если отказаться от приближения $V_1 \approx V_0$ и взять $V_1 \{S_i^n\} = pV_1$, то простые преобразования приводят к выражению

$$D_1 = \Phi((\sqrt{p/V_0} \Delta E - \Phi^{-1}(1 - F))\sqrt{V_0/V_1}). \quad (5.15)$$

Отсюда следует, что:

I) при $D_1 = \Phi(x) = 0,5$, когда $x = 0$, упомянутое приближение на результаты расчетов вероятности правильного обнаружения не влияет;

2) при $D_1 = \Phi(x) < 0,5$, когда $x < 0$, получаются завышенные значения вероятности правильного обнаружения, т. к. $\sqrt{V_0/V_1} \geq 1$;

3) при $D_1 = \Phi(x) > 0,5$, когда $x > 0$, качество обнаружения занижается.

Первый вывод имеет простое геометрическое толкование: в этом случае гауссовая кривая распределения суммы (5.4) симметрична относительно порога решения и отличие V_1 от V_0 не приводит к изменению вероятности правильного обнаружения. Третий вывод имеет практическую ценность, т. к. обычно требуемые вероятности правильного обнаружения больше 0,5 и простейшие расчеты с помощью (5.14) не приведут к завышенным результатам.

5.4. Показатели качества оценивания

Момент появления сигнала оценивается по номеру группы $j = \hat{j}_{\text{орт}}$, для которой принято решение на обнаружение. Для определения дисперсии оценки момента появления сигнала воспользуемся известной методикой [4]:

$$V(j/S) = \int_{-\infty}^{\infty} (j - \hat{j}_{\text{орт}})^2 p(j/S) dj, \quad (5.16)$$

где S – используемый непараметрический тест; $\hat{j}_{\text{орт}}$ – оптимальная оценка параметра; $p(j/S)$ – апостериорная плотность вероятности оцениваемого параметра, имеющая вид

$$p(j/S) = K_1 p(j) l(j), \quad (5.17)$$

где $p(j)$ – априорная плотность вероятности параметра; K_1 – множитель, нормирующий площадь под кривой апостериорной плотности вероятности к единице; $l(j)$ – отношение правдоподобия.

Логарифм отношения правдоподобия равен

$$\ln l(j) = \frac{(\Delta E)^2}{V_0} S_l^L(j) - \frac{E_s - E_a}{V_0} p. \quad (5.18)$$

Априорное распределение параметра можно считать равновероятным: $p(j) = K_2$. Тогда (5.17) принимает вид

$$p(j/S) = K_1 K_2 e^{\ln l(j)}. \quad (5.19)$$

Из (5.18) следует, что при большом отношении сигнала к шуму форма кривой $p(j/S)$ определяется формой

$$S_l^n(j) \approx p \Delta E (1 - |j - \hat{j}_{\text{орт}}|/p). \quad (5.20)$$

Поэтому

$$p(j/S) = K_3 e^{-\frac{(\Delta E)^2}{V_0} |j - \hat{j}_{\text{опт}}|}, \quad (5.21)$$

где K_3 – постоянная, которая находится из условия нормировки.

Тогда

$$p(j/S) \approx e^{-\frac{(\Delta E)^2}{V_0} |j - \hat{j}_{\text{опт}}|}. \quad (5.22)$$

Подставляя (5.22) в (5.16), получаем

$$V(j/S) \approx 2((\Delta E)^2/V_0)^2. \quad (5.23)$$

Таким образом, точность оценки момента появления сигнала не зависит от ширины «скользящего» окна p и определяется только отношением $(\Delta E)^2/V_0$, зависящим от применяемого непараметрического теста и отношения сигнала к шуму.

Выражение (5.23) можно использовать, если аномальные ошибки – ошибки оценки момента появления полезного сигнала, когда он отсутствует [5], – пренебрежимо малы. Нормальными ошибками называют такие, которые имеют место при наличии полезного сигнала.

Нормальные и аномальные ошибки происходят соответственно с вероятностью D правильного обнаружения и вероятностью F ложной тревоги. События, состоящие в превышении статистики $S_t^n(j)$ порога при наличии и отсутствии сигнала, независимы. Поэтому условный закон распределения $p(\hat{j}/j)$ оценки \hat{j} при фиксированном значении величины j представим следующим выражением

$$p(\hat{j}/j) = \frac{D}{D+F} p_{\text{н}}(\hat{j}/j) + \frac{F}{D+F} p_{\text{ан}}(\hat{j}/j),$$

где $p_{\text{н}}(\hat{j}/j)$, $p_{\text{ан}}(\hat{j}/j)$ – условные распределения оценок в случаях наличия полезного сигнала и его отсутствия соответственно. Тогда суммарная дисперсия оценки равна

$$V(j) = (1 + F/D)^{-1} V_{\text{н}}(j) + (1 + D/F)^{-1} V_{\text{ан}}(j), \quad (5.24)$$

где $V_{\text{н}}(j)$, $V_{\text{ан}}(j)$ – соответственно дисперсии оценок для нормальных и аномальных ошибок. Выражение для первой дисперсии получено ранее. Вторая дисперсия определяется исходя из того, что условный закон распределения $p_{\text{ан}}(\hat{j}/j)$ следует считать равновероятным: $p_{\text{ан}}(\hat{j}/j) = 1/p$, откуда

$$V_{\text{ан}}(j) = p^2/12. \quad (5.25)$$

При малых отношениях сигнала к шуму преобладают аномальные ошибки. При увеличении упомянутого отношения «вес» нормальных

ошибок возрастает, а аномальных – падает. Из (5.24) следует, что аномальными ошибками можно пренебречь, если справедливо неравенство

$$(1 + F/D)^{-1}V_n(j) \gg (1 + D/F)^{-1}V_{ан}(j). \quad (5.26)$$

Подставляя в (5.26) выражения (5.25) и (5.23), получаем условие

$$D \gg \frac{1}{24} \left(\frac{(\Delta E)^2}{V_0} \right)^2 F p^2, \quad (5.27)$$

при выполнении которого аномальной ошибкой можно пренебречь.

Для приемлемых вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги неравенство (5.27) выполняется, и аномальной ошибкой можно пренебречь.

5.5. Особенности непараметрического обнаружения при коррелированных отсчетах помехи

При зависимых наблюдениях непараметрические алгоритмы не обеспечивают постоянства вероятности ложной тревоги при изменении статистических характеристик помех [6, 7, 13]. Для поддержания стабильной вероятности ложной тревоги в этих условиях воспользуемся идеей адаптации порога решения, изложенной в [7].

Для облегчения построения адаптивных непараметрических алгоритмов проверки гипотез в качестве теста статистики S_t^L (5.4) возьмем U -тест [8], помеху будем считать относящейся к классу m -зависимых случайных процессов, а сигнал – слабым.

Отметим следующее: используемый далее тест Манна – Уитни основан на U -тесте; последовательность случайных величин $\dots, Z_{-1}, Z_0, Z_1, \dots$, называется последовательностью m -зависимых (или m -связанных) случайных величин, если случайные векторы вида $(Z_{a-p}, Z_{a-p+1}, \dots, Z_a)$, $(Z_b, \dots, Z_{b+1}, \dots, Z_{b+q})$ независимы, как только $b - a \rightarrow m$ [9]. Последнее замечание позволяет считать в выражении (5.4) случайные значения статистик $\{S_{ii}^L\}$ независимыми, если каждая группа элементов состоит не менее чем из m -зависимых элементов выборок. Это обычно выполняется и существенно облегчает анализ качества работы адаптивных непараметрических обнаружителей сигналов.

Указанные условия приводят к следующему:

1. Распределение статистик $\{S_{ii}^L\}$ гауссово при гипотезе и альтернативе [10].

2. Математическое ожидание статистик $\{S_{li}^L\}$ при гипотезе не зависит от неизвестной функции распределения помех, а при альтернативе сходятся к математическому ожиданию в случае независимых элементов выборок.

3. Дисперсия статистик $\{S_{li}^L\}$ при гипотезе является ограниченной функцией от неизвестной функции распределения помех: $V_{03} = f(F_1(z))$, а при альтернативе дисперсия сходится к V_{03} .

Таким образом, последовательность непараметрических статистик $\{S_{li}^L\}$ имеет гауссово распределение $N(S; E_0, V_{03})$ при гипотезе и $N(S; E_1, V_{03})$ при альтернативе. Тогда статистика (5.4) также распределена по гауссовому закону с параметрами pE_0, pV_{03} при гипотезе и pE_1, pV_{03} при альтернативе. Это означает, что пороги решения и вероятность правильного обнаружения определяются выражениями, подобными (5.8) и (5.14):

$$c_{1.2} = pE_0 \pm \sqrt{pV_{03}} \Phi^{-1}(1 - F), \quad (5.28)$$

$$D = \Phi(\sqrt{p/V_{03}} \Delta E - \Phi^{-1}(1 - F)). \quad (5.29)$$

Из (5.28) следует, что для сохранения постоянства вероятности ложной тревоги необходимо в процессе работы производить оценку дисперсии V_{03} , т. е. получать состоятельную и независимую от функции распределения помехи оценку \hat{V}_{03} (общая теория построения таких оценок приведена в [10]) и осуществлять подстройку порога. Тогда имеем

$$c_{1.2} = pE_0 \pm \sqrt{p\hat{V}_{03}} \Phi^{-1}(1 - F). \quad (5.30)$$

5.6. Последовательное непараметрическое обнаружение сигналов

Для отыскания показателей качества последовательного непараметрического обнаружения сигналов можно воспользоваться методикой, разработанной Вальдом [11], как это и сделано в работах Акимова [12, 13, 14]. Однако известно, что, несмотря на приближенный характер конечных результатов, их получение довольно сложно. Поэтому обратимся к более простой методике исследования последовательного алгоритма с помощью эквивалентного непрерывного марковского процесса [15, 16].

При последовательном анализе число p -групп в выражении (5.4) – величина случайная. На первом шаге анализируется одна статистика S_i^L , на втором – две статистики, на p -ом – p статистик S_i^L .

При гипотезе и альтернативе распределения статистик гауссовы:

$$f_1(S/H) = 1/\sqrt{2\pi V_0} \exp\{-0,5(S - E_0)^2/V_0\}, \quad (5.31)$$

$$f_2(S/K) = 1/\sqrt{2\pi V_0} \exp\{-0,5(S - E_1)^2/V_0\}. \quad (5.32)$$

Поэтому логарифм отношения правдоподобия определяется следующими выражениями:

на первом шаге ($p = 1$)

$$L^{(1)} = 0,5/V_0(2(E_1 - E_0)S^{(1)} - (E_1^2 - E_0^2));$$

на втором шаге ($p = 2$)

$$\begin{aligned} L^{(2)} &= 0,5/V_0(2(E_1 - E_0)S^{(2)} - (E_1^2 - E_0^2)) - 0,5/V_0(E_1^2 - E_0^2) = \\ &= L^{(1)} - 0,5/V_0(E_1^2 - E_0^2); \end{aligned}$$

на p -ом шаге

$$\begin{aligned} L^{(p)} &= 0,5/V_0(2(E_1 - E_0)S^{(p)} - (p-1)(E_1^2 - E_0^2)) - 0,5/V_0(E_1^2 - E_0^2) = \\ &= L^{(p-1)} - 0,5/V_0(E_1^2 - E_0^2) \end{aligned} \quad (5.33)$$

где $S^p = \sum_{i=1}^p S_{li}^L$.

Таким образом, отношение правдоподобия для p -го шага имеет вид

$$L^{(p)} = (\hat{E}_1 - E_0)V_0/\sum_{i=1}^p S_{li}^L - 0,5p(\hat{E}_1^2 - \hat{E}_0^2)/V_0 = L^{(p-1)} - v^{(m)}, \quad (5.34)$$

где $v^{(m)} = 0,5(\hat{E}_1^2 - \hat{E}_0^2)/V_0$, \hat{E}_1 — ожидаемое или расчетное значение математического ожидания статистики при альтернативе для одной группы элементов выборок.

Выражение (5.34) определяет алгоритм последовательного непараметрического обнаружения сигналов. Закон распределения статистики $S^{(p)}$ является гауссовым, поэтому процесс $L^{(p)}$ также оказывается гауссовым и плотность вероятности $\varpi(L^{(p)}, p)$ равна

$$\varpi(L^{(p)}, p) = (2\pi V\{L^{(p)}\})^{-0,5} \exp\{-0,5(L^{(p)} - m_p)^2/V\{L^{(p)}\}\}, \quad (5.35)$$

где (см. (5.34)):

$$\begin{aligned} m_p &= E\{L^{(p)}\} = (\hat{E}_1 - E_0)/V_0 E\{S^p\} - 0,5p(\hat{E}_1^2 - E_0^2)/V_0 = \\ &= p(E_1(\hat{E}_1 - E_0)/V_0 - 0,5(\hat{E}_1^2 - E_0^2)/V_0), \end{aligned} \quad (5.36)$$

$$V\{L^{(p)}\} = p(\hat{E}_1 - E_0)^2/V_0. \quad (5.37)$$

Для отыскания показателей качества последовательного непараметрического обнаружения воспользуемся аналогией между последователь-

ностью $L^{(p)}$, которая является марковским процессом с непрерывным множеством значений и дискретным временем, и непрерывным марковским процессом $l(t)$, порождаемым стохастическим дифференциальным уравнением

$$\frac{d}{dt}l(t) + \mu = n(t),$$

где $n(t)$ – белый шум с односторонней спектральной плотностью N_0 . Согласно [15] нестационарная плотность вероятности $\varpi(l, t)$ процесса $l(t)$ в неограниченных координатах равна

$$\varpi(l, t) = (\pi N_0 t)^{-0,5} \exp\{-(l + \mu t)^2 / (N_0 t)\}. \quad (5.38)$$

Как и в [15, 16], потребуем совпадения плотностей (5.35) и (5.38) в дискретные моменты времени $t = 0, 1, \dots$. Тогда из (5.35) и (5.38) с учетом (5.36) и (5.37) получаем

$$\mu = -0,5(\hat{E}_1 - E_0)(2E_1 - \hat{E}_1 - E_0)/V_0, \quad (5.39)$$

$$N_0 = 2(\hat{E}_1 - E_0)^2/V_0. \quad (5.40)$$

Теперь можно воспользоваться известными [17] приближенными выражениями для:

- 1) вероятности поглощения P_c на нижнем экране

$$c = \ln((1 - \hat{D})/(1 - F)), \quad (5.41)$$

где \hat{D} – ожидаемая или расчетная мощность правила;

- 2) вероятности поглощения P_d на верхнем экране

$$d = \ln(D/F), \quad (5.42)$$

$$P_c \cong (e^{-\varpi_0 d} - 1)/(e^{-\varpi_0 d} - e^{-\varpi_0 c}), \quad (5.43)$$

$$P_d = D \cong (1 - e^{-\varpi_0 c})/(e^{-\varpi_0 d} - e^{-\varpi_0 c}), \quad (5.44)$$

где

$$\varpi_0 = -4\mu/N_0 = (2E_1 - \hat{E}_1 - E_0)/(\hat{E}_1 - E_0); \quad (5.45)$$

- 3) среднего числа шагов до поглощения

$$\begin{aligned} E\{p\} &\cong -(cP_c + dP_d)/\mu = \\ &= (d(e^{-\varpi_0 c} - 1) + c(1 - e^{-\varpi_0 d})) / (\mu(e^{-\varpi_0 d} - e^{-\varpi_0 c})). \end{aligned} \quad (5.46)$$

Получим одно интересное и важное для проверки расчетов в приложениях свойство рассматриваемого алгоритма обнаружения сигналов:

$$D = \hat{D}, \text{ при } E_1 = \hat{E}_1, \quad (5.47)$$

которое не зависит от задаваемой F (от нее будет зависеть среднее число шагов до поглощения (5.46)). Действительно, если положить $E_1 = \hat{E}_1$, то из (5.45) следует $\varpi_0 = 1$ и (см. (5.44))

$$D \cong (1 - e^{-c}) / (e^{-d} - e^{-c}), \quad (5.48)$$

откуда после несложных преобразований получаем (5.47).

Таким образом, алгоритм быстрого непараметрического последовательного обнаружения сигналов определяется выражением (5.34), нижний порог решения – выражением (5.41), верхний порог решения – (5.42), вероятность правильного обнаружения – (5.44) и среднее число шагов до принятия решения при альтернативе – (5.46). В расчетах необходимо учитывать и выражения (5.39), (5.40) и (5.45).

Заметим, что алгоритм последовательного обнаружения сигналов (5.34) зависит от расчетного значения математического ожидания статистики используемого теста \hat{E}_1 при альтернативе. Это означает, что алгоритм обработки, в конечном итоге, оказывается «настроенным» на определенную альтернативу и отношение сигнала к шуму, от которого зависит \hat{E}_1 . Поэтому показатели качества алгоритмов обнаружения зависят от ожидаемого и реального отношений сигнала к шуму.

Отметим важный факт. При использовании теста Манна – Уитни (см. п. 3.2) для $E_1 > E_0$ ($\hat{E}_1 > E_0$) и $E_1 < E_0$ ($\hat{E}_1 < E_0$) как математическое ожидание (5.36), так и дисперсия (5.37) процесса $L^{(p)}$ (5.34) определяются одинаковыми выражениями. Поэтому в обоих случаях пороги обнаружения и показатели качества обнаружения будут одинаковыми.

ПРИМЕНЕНИЯ БЫСТРЫХ
НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ
АЛГОРИТМОВ ОБНАРУЖЕНИЯ
СИГНАЛОВ

Глава 6

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ
СЛАБЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Рассматриваются обнаружители для широко распространенного на практике случая использования в квантово-оптических средствах приемников с фотодетектированием [1, 2, 14, 16–18, 20, 21, 31]. Метод счета отдельных оптических фотонов, возникший полвека назад, в настоящее время хорошо разработан с теоретической и практической позиций [26, 20]. В качестве фотоприемников используют фотоэлектронные умножители (ФЭУ) [16, 28], диссекторы [16, 27, 29] и лавинные фотодиоды (ЛФД) [16, 30].

Статистика фотоэлектронов повторяет статистику фотонов в плоскости чувствительного слоя фотоприемника [3, 15, 16], и квантовый характер оптического сигнала проявляется в случайном количестве фотоэлектронов и в случайных моментах их появления.

Заметим также, что понятие «слабый оптический сигнал» применяется в связи с его приемом на уровне фотонов [15, 21, 31].

Слабый оптический сигнал на выходе детектора оптического излучения представляет собой последовательность видеоимпульсов. Математические модели этих последовательностей кратко рассматриваются далее. В случае слабых оптических сигналов практическая реализация мощных непараметрических, в том числе ранговых, алгоритмов особенно затруднена тем, что требуется обрабатывать последовательности больших объемов [4, 14]. Это, пожалуй, является одной из причин их ограниченного использования для обнаружения слабых оптических сигналов [19].

В главах 2 и 3 показано, что в случае простейших пуассоновских потоков ранговое двухканальное обнаружение сигналов реализуемо в реальном времени (быстрое обнаружение). В данной главе кратко описы-

ваются модели сигнала и помех, рассматриваются непараметрические обнаружители слабых оптических сигналов, основанные на тестах Манна – Уитни, Вальда – Вольфовица и модифицированного знакового, и их показатели качества. Материалы главы представлены в работах автора [32–39].

6.1. Модели сигнала и помех

Статистические характеристики оптических полей отличаются большим разнообразием. В общем случае аналитические выражения распределений сигнала, помех и их смеси зависят от ряда величин, в том числе от длительности интервала наблюдения, ширины полосы частот шумового сигнала, ширины полосы оптического фильтра, интенсивности полей, турбулентности атмосферы.

Например, математическое описание лазерного локационного сигнала требует учета большого числа разнообразных физических явлений, сопровождающих его генерацию, прохождение через формирующий оптический тракт, распространение в атмосфере, его рассеяние на наблюдаемом объекте и, наконец, регистрацию принимаемого светового излучения [16]. Большинство из этих физических явлений имеет флуктуационный характер, что приводит к необходимости сформулировать адекватную статистическую модель лазерного локационного сигнала. Однако если попытаться все возможные эффекты учесть в этой модели, то она оказывается чрезвычайно громоздкой и неудобной при проведении необходимых математических исследований как для синтеза оптимальных лазерных локационных систем, так и для анализа их эффективности. Поэтому обычно рассматривают и используют отдельные частные модели, которые наиболее полно учитывают те или иные явления и которые для наиболее важных практических ситуаций оказываются почти адекватными. В [16] подчеркивается, что такой подход часто оправдывается не только преодолением излишних математических трудностей, а и тем, что на современном уровне развития лазерной техники невозможно создать универсальный лазерный локатор, который был бы способен одновременно решать весь комплекс разнообразных задач. Для решения конкретных задач в конкретной обстановке достаточно использование соответствующей частной модели лазерного сигнала [16].

Исходя из вышеизложенного отметим, что в случае приема слабых оптических сигналов при определенных условиях приемлемой оказывается пуассоновская модель для следующих случаев приема:

- 1) общего случая слабого оптического поля [3];
- 2) теплового излучения [3, 5–7];

- 3) излучения одномодового оптического квантового генератора (ОКГ) [8, 9];
- 4) отраженного лазерного излучения [10, 16, 22];
- 5) отраженного лазерного излучения совместно с пуассоновским шумом [16, 22].

Таким образом, несмотря на широкое многообразие оптических полей, в практически важных случаях приема теплового излучения (струи двигателей, Солнце, Земля, атмосфера и т. д.), излучения одномодового ОКГ (постановщик помех), отраженного лазерного излучения модель сигнала и помех, а также их смеси является, при рассмотренных условиях, пуассоновской.

Один пример для усиления этой аргументации: для многоцелевого лазерного локатора стыковки космических аппаратов характеристики обнаружения лазерного сигнала (использовался диссектор с электромагнитной фокусировкой) были рассчитаны именно в предположении пуассоновской статистики выходного сигнала [24, 25].

Отметим также, что пуассоновская модель распределения используется не только в случае слабых оптических сигналов, но и в случае интенсивных отражений монохроматических сигналов от гладких движущихся целей или их элементов (при высоком разрешении) [22]. Это расширяет область применения материала данной главы.

Рассмотрим двухканальные непараметрические обнаружители слабых оптических сигналов, основанные на статистиках критериев Манна – Уитни и Вальда – Вольфовица, оперирующих с гипотетическими равномерными распределениями обрабатываемых данных. Сравним по эффективности эти обнаружители с двухканальными квазиоптимальным, Манна – Уитни и модифицированным знаковым обнаружителями, настроенными на экспоненциальные распределения входных данных.

6.2. Обнаружитель Манна – Уитни

Алгоритм работы обнаружителя определяется видом статистики (4.3)

$$S = \sum_{j=1}^m R_j - 0,5m(m + 1) = \sum_{j=1}^m R_j - \sum_{j=1}^m j = \sum_{j=1}^m (R_j - j) \quad (6.1)$$

и порогами решения (4.5)

$$c_{1,2} = 0,5m^2 \pm m\sqrt{(2m + 1)/12} \Phi^{-1}(1 - F/2). \quad (6.2)$$

Заметим, что используемый вид статистики (6.1) упрощает ее аппаратную реализацию. Структурная схема обнаружителя представлена на рис. 6.1 (ключевые блоки 1, 4, 6 и 9, блок 5 сравнения, блоки 2, 7 нормирования, накопители 3, 8, 11 импульсов, блок 10 разности, пороговый блок 12) [35].

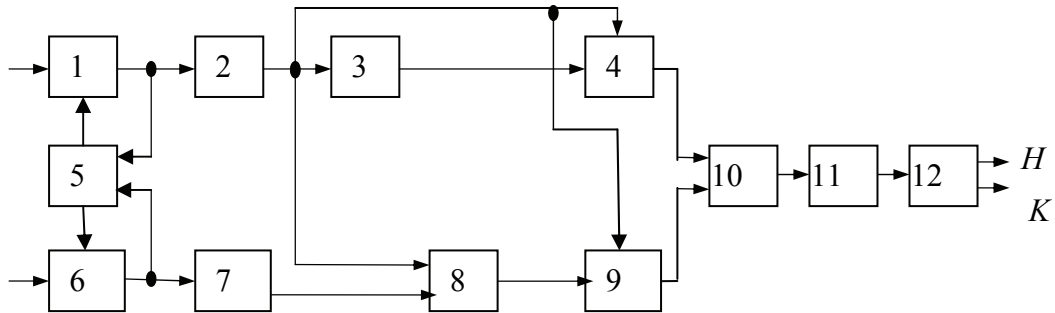


Рис. 6.1. Структурная схема обнаружителя Манна – Уитни

На один из входов обнаружителя поступает случайная пуассоновская последовательность коротких импульсов, обусловленная помехой, на другой – случайная последовательность коротких импульсов, обусловленная наличием смеси полезного сигнала и помехи. Блоки 1, 5, 6 обеспечивают условие равенства объема обрабатываемых данных (см. п. 2.6). В данном случае – это количество импульсов в обоих каналах. Таким образом, на блоки 2, 7 нормирования поступает одинаковое количество коротких импульсов. На выходе этих блоков формируются импульсы стандартной амплитуды и длительности (рис. 6.2, а, б; цифрами курсивом над импульсами обозначены ранги наблюдений в общем вариационном ряду (см. п. 2.7)).

Текущее значение рангов R_j формируется на выходе ключевого блока 9 (см. п. 2.6, рис. 2.5, 2.6) в виде последовательности видеоимпульсов, амплитуда которых соответствует R_j (рис. 6.2, г). Ключевой блок 4 выдает последовательность видеоимпульсов с амплитудой, соответствующей текущим значениям j (рис. 6.2, в). На выходе блока 10 разности формируется последовательность видеоимпульсов, амплитуда которых соответствует текущим значениям разности R_j и j (рис. 6.2, д). Накопитель 11 импульсов суммирует эти значения, вычисляя величину статистики (6.1), которая в пороговой схеме 12 сравнивается с порогами (6.2), на основании чего принимается решение о наличии сигнала в одном из каналов. Рассмотренная структурная схема обнаружителя Манна – Уитни обеспечивает работу в реальном времени и содержит простые и широко распространенные элементы импульсной техники.

Уравнение рабочей характеристики двухпорогового рангового двухканального обнаружителя Манна – Уитни найдем из (4.17) с учетом того,

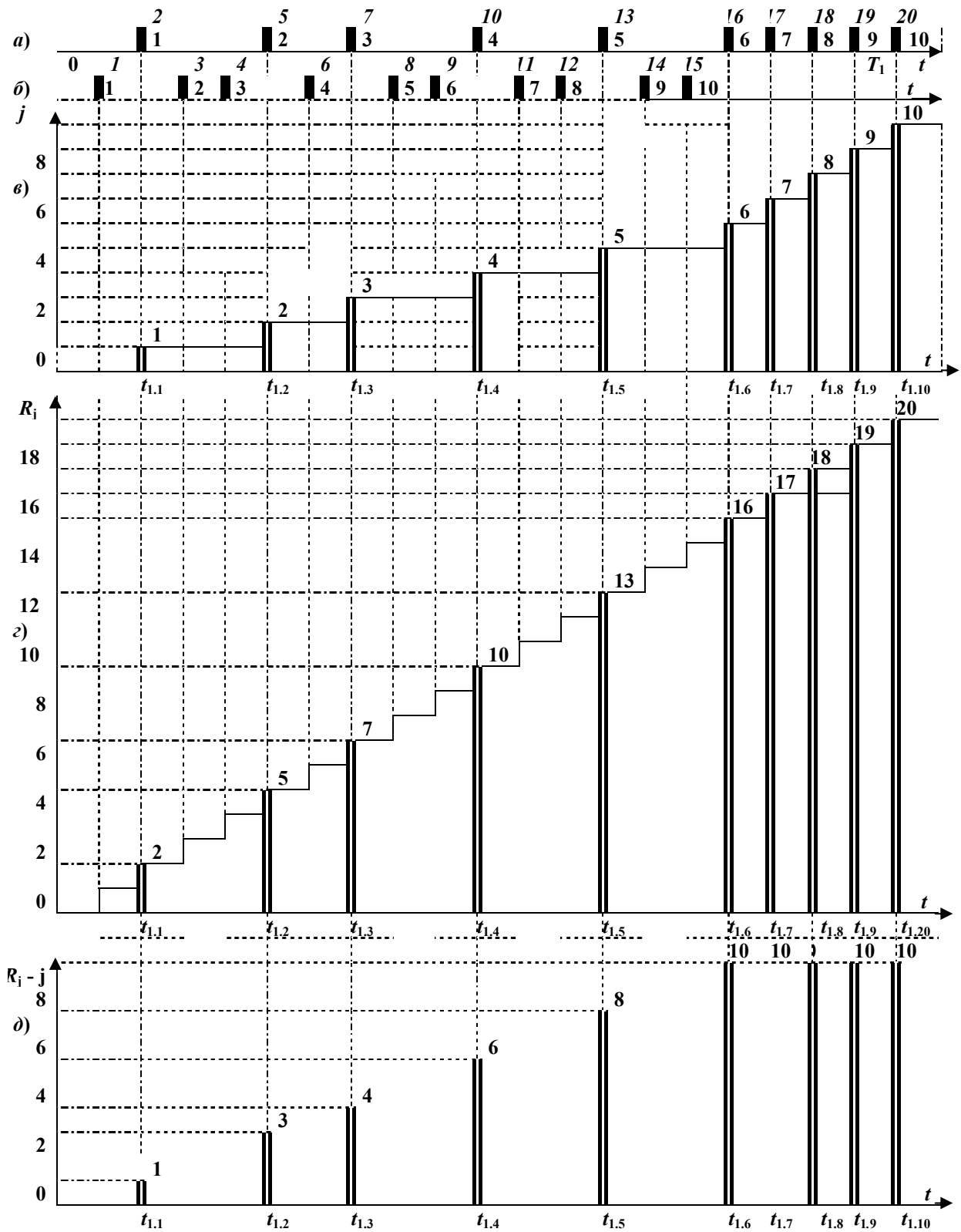


Рис. 6.2. К пояснению принципа работы обнаружителя Манна – Уитни

что $k_\lambda = 1 + g$, где g – отношение интенсивностей потока сигнала и шума (далее – отношение сигнала к шуму):

$$D = \Phi \left\{ (1 + g) / \sqrt{1 + 2g} \times \right. \\ \left. \times \left(\sqrt{1,5m} (1 - 1/(1 + g)) - \Phi^{-1}(1 - F/2) \right) \right\}, \quad (6.3)$$

откуда

$$m = 2/3 \left(\left(\sqrt{1 + 2g} \Phi^{-1}(D) / (1 + g) + \Phi^{-1}(1 - F/2) \right) / \right. \\ \left. / (1 - 1/(1 + g)) \right)^2. \quad (6.4)$$

Рабочие характеристики обнаружителя Манна – Уитни представлены на рис. 6.7 и 6.8 (обозначение – М-У).

6.3. Обнаружитель Вальда – Вольфовица

Алгоритм работы обнаружителя определяется видом статистики (4.19)

$$S = s_1 + s_2 \quad (6.5)$$

и порогом решения (тест серий односторонний) (4.20)

$$c = m + 1 - \sqrt{m(m-1)/(2m-1)} \Phi^{-1}(1 - F). \quad (6.6)$$

Структурная схема обнаружителя Вальда – Вольфовица (или суммы серий) представлена на рис. 6.3 (ключевые блоки 1 и 3, блок сравнения 2, RS-триггер 4, дифференцирующий блок 5, диоды 6 и 8, инвертор 7, блок 9 сложения, блок 10 нормирования, накопитель 11 импульсов, пороговый блок 12) [36]. На один из входов обнаружителя поступает случайная пуассоновская последовательность коротких импульсов, обусловленная шумом, на другой – случайная последовательность коротких импульсов, обусловленная наличием смеси полезного сигнала и шума. Блоки 1–3 обеспечивают условие равенства объема обрабатываемых данных (см. п. 2.6). В данном случае – это количество импульсов в обоих каналах. Таким образом, на каждый вход RS-триггера 4 поступает одинаковое количество коротких импульсов (рис. 6.4, а, б). Под воздействием импульсов RS-триггер 4 формирует импульсы случайной длительности (рис. 6.4, в), фронты которых соответствуют или началу, или концу серий одной (рис. 6.4, а) и второй (рис. 6.4, в) последовательностей импульсов в общей последовательности импульсов. Дифференцирующий блок 5 вырабатывает короткие импульсы положительной и отрицательной полярности (рис. 6.4, г), общее количество

которых соответствует значению статистики теста суммы серий (6.5). Диод 6 пропускает импульсы положительной полярности, диод 7 – импульсы отрицательной полярности, которые на выходе инвертора 8 приобретают положительную полярность. Блок 9 сложения выдает последовательность коротких импульсов положительной полярности. Их количество соответствует текущему значению суммы серий. Блок 10 нормирования формирует импульсы стандартной амплитуды и длительности. Накопитель 11 импульсов суммирует по амплитуде стандартные импульсы, формируя напряжение, соответствующее текущему значению суммы серий (рис. 6.4, д), которое в пороговом блоке 12 сравнивается с порогом обнаружения (6.6). Если входное напряжение порогового блока меньше порога, то принимается решение «сигнал есть» (K), в противном случае – «сигнала нет» (H). Затем накопитель 11 импульсов обнуляется. Поскольку, как указывалось в п. 3.3, тест Вальда – Вольфовица является односторонним, то номер канала с сигналом не определяется.

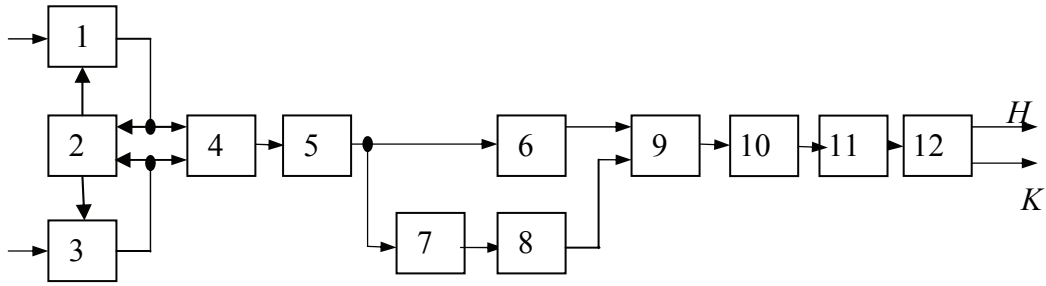


Рис. 6.3. Структурная схема обнаружителя Вальда – Вольфовица

Рассмотренная структурная схема обнаружителя Вальда – Вольфовица обеспечивает работу в реальном времени и содержит простые и широко распространенные элементы импульсной техники. По устройству обнаружитель Вальда – Вольфовица оказывается еще более простым, чем обнаружитель Манна – Уитни.

Из (4.24) с учетом того, что, как и в п. 6.2, $k_\lambda = 1 + g$, получаем уравнение рабочей характеристики рангового двухканального обнаружителя Вальда – Вольфовица ($m \geq 20$)

$$D = \Phi \left\{ 0,5(2 + g)^2 / \sqrt{2(1 + g)(1 + (1 + g)^2)} (\sqrt{2m} g / (2 + g) - \Phi^{-1}(1 - F)) \right\}, \quad (6.7)$$

откуда

$$m = 0,5((2 + g)/g \times \left(2 \sqrt{2(1 + g)(1 + (1 + g)^2)} \Phi^{-1}(D) / (2 + g)^2 + \Phi^{-1}(1 - F) \right))^2. \quad (6.8)$$

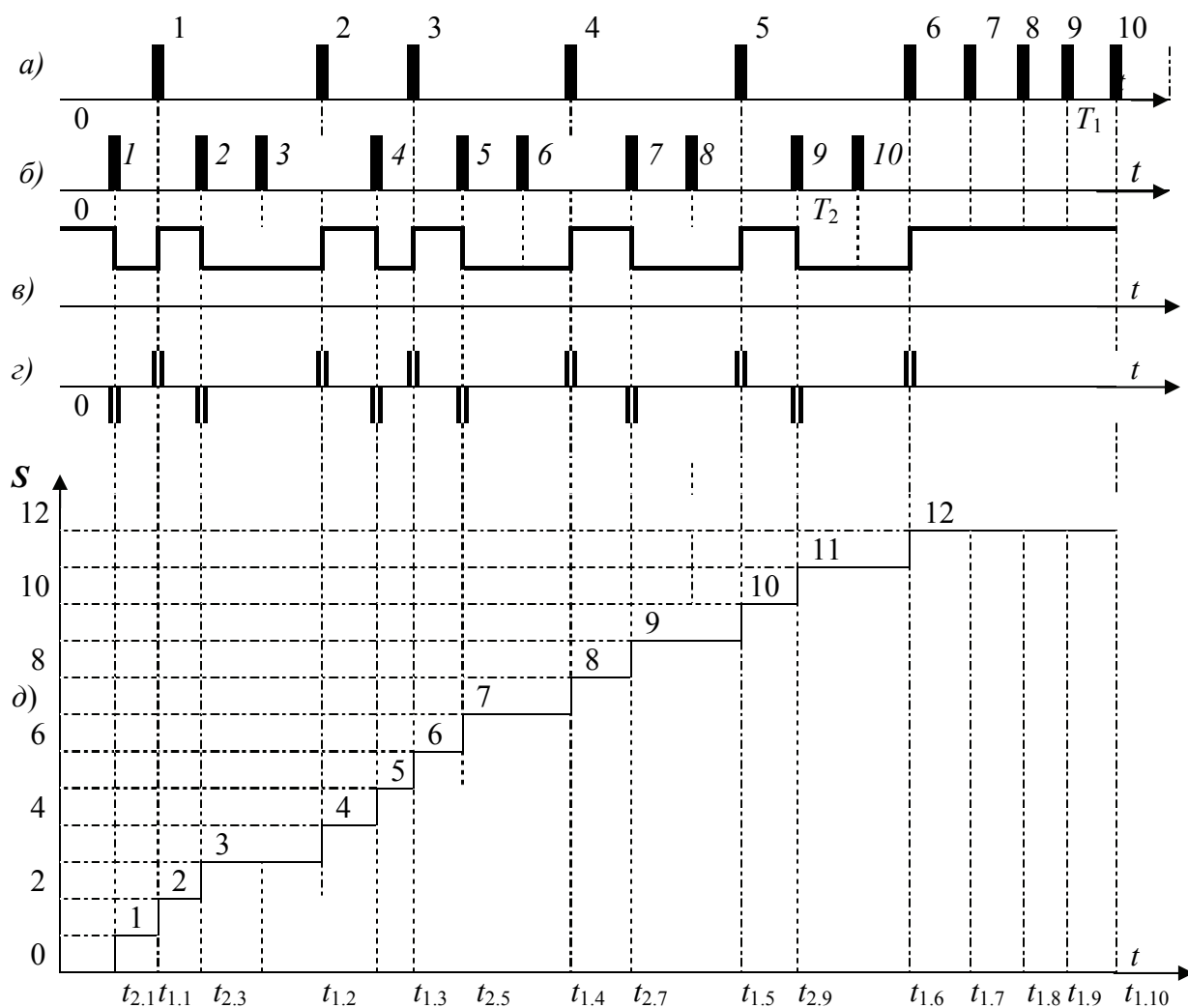


Рис. 6.4. К пояснению принципа работы обнаружителя Вальда – Вольфовица

Рабочие характеристики обнаружителя Вальда – Вольфовица представлены на рис. 6.7 и 6.8 (обозначение – В-В).

6.4. Модифицированный знаковый обнаружитель

Алгоритм работы обнаружителя определяется видом статистики (4.25)

$$S = \sum_{i=1}^m z_{i*}, \quad (6.9)$$

где

$$z_{i*} = \begin{cases} 1, & x_{i*} > y_{i*}, \\ 0, & x_{i*} < y_{i*}, \end{cases} \quad (6.10)$$

и порогом решения, определяемыми из (4.29).

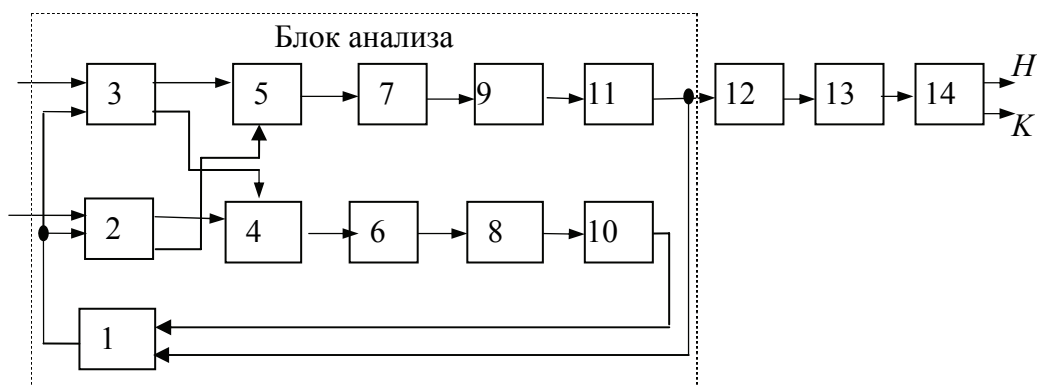


Рис. 6.5. Структурная схема модифицированного знакового обнаружителя

Структурная схема модифицированного знакового обнаружителя представлена на рис. 6.5 (блок 1 сложения, RS-триггеры 2 и 3, блоки 4 и 5 совпадения, дифференцирующие блоки 6 и 7, диоды 8 и 9, линии задержки 10 и 11, блок 12 нормирования, накопитель 13 импульсов, пороговый блок 14) [37]. Принцип его работы поясняется эпюрами рис. 6.6 (номера эпюр привязаны к выходам соответствующих блоков; рис. 6.6, *a* и 6.6, *б* – импульсные пуассоновские последовательности, обусловленные приемом шума и смеси сигнала с шумом соответственно). Блок анализа включает два связанных между собой канала. Каждый из них состоит из соединенных последовательно RS-триггера, блока совпадения, дифференцирующего блока, диода, линии задержки, приводится в исходное состояние перед началом работы и каждый раз после сравнения самостоятельно (линии задержки осуществляют задержку на время, равное длительности установления переходных процессов в RS-триггерах). При $x_{i^*} > y_{i^*}$ блоком анализа выдается на блок 12 нормирования сигнал сравнения в виде импульсной последовательности. Из нее образуется последовательность импульсов, нормированная по амплитуде и длительности, которая подается на накопитель 13 импульсов. Результат накопления сравнивается в пороговом блоке 14 с порогом обнаружения. Если порог превышен, принимается решение о наличии полезного сигнала в помехе, в противном случае сигнала нет.

Обычно знаковые обнаружители проще ранговых, поскольку последние должны выполнять операцию упорядочения. Изложенный в монографии метод применения непараметрических алгоритмов, основной операцией которых является упорядочение, в случае слабых оптических полей по практической реализации сблизил обнаружитель Манна – Уитни и знаковый, оставив за первым, как будет показано далее, большую относительную эффективность.

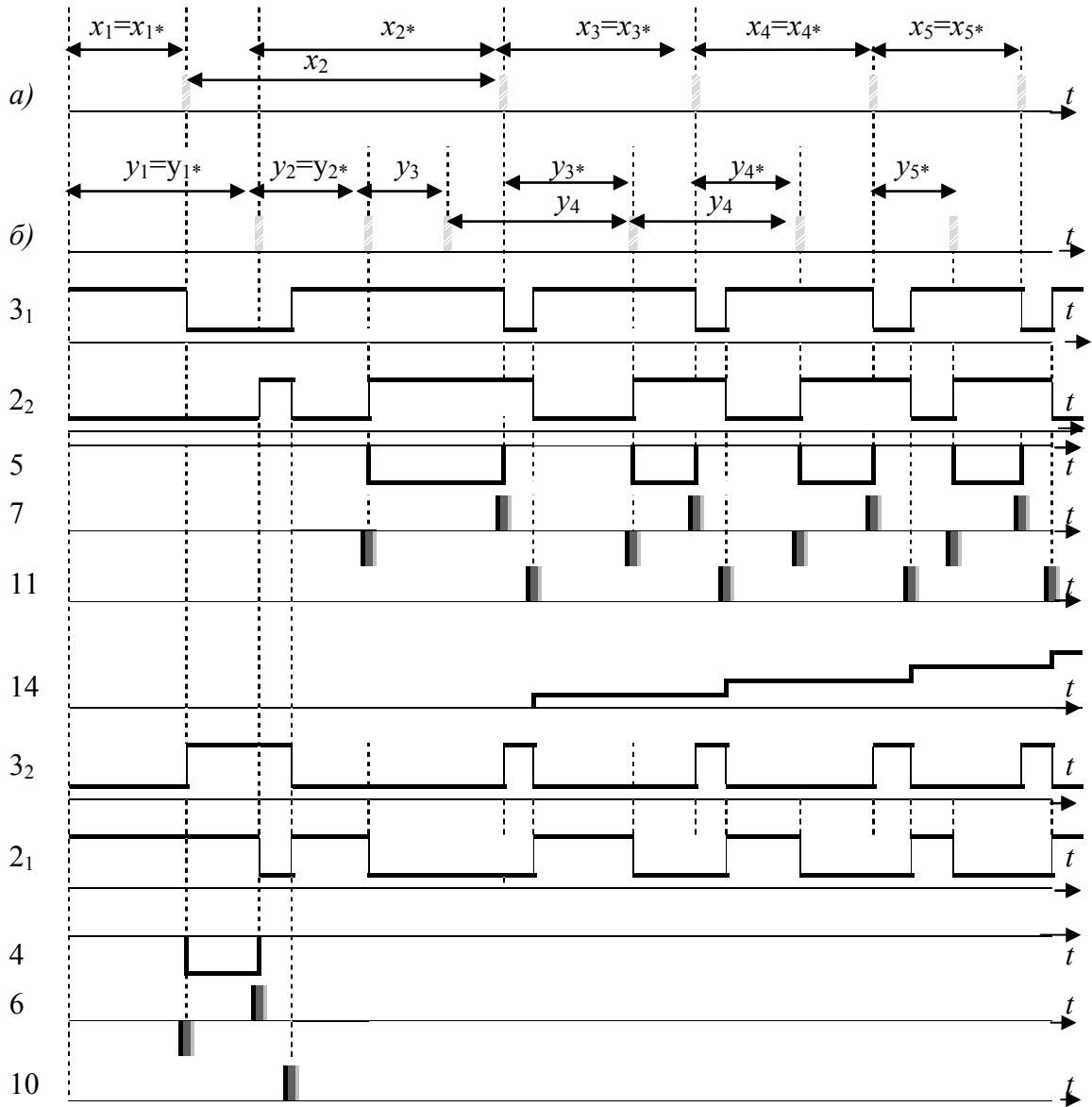


Рис. 6.6. К пояснению принципа работы модифицированного знакового обнаружителя

Из (4.32) с учетом того, что, как и в п. 6.2, $k_\lambda = 1 + g$, получаем уравнение рабочей характеристики модифицированного знакового обнаружителя ($m \gg 1$)

$$D \cong \Phi \left\{ 0,5 \left(((2 + g)) \sqrt{m(2 + g) / (1 + (1 + g)(2 + g))} - \right. \right. \\ \left. \left. -(2 + g) / \sqrt{1 + g} \Phi^{-1}(1 - F/2) \right) \right\}, \quad (6.11)$$

откуда

$$m \cong (1 + (1 + g)(2 + g)) / (g^2(2 + g)) \times \\ \times (2\Phi^{-1}(D) + (2 + g) / \sqrt{1 + g} \Phi^{-1}(1 - F/2))^2. \quad (6.12)$$

Далее, с использованием формулы (6.12) представлено сопоставление по эффективности модифицированного знакового обнаружителя с другими, рассмотренными в данной главе (обозначение – Зн).

6.5. Сравнительный анализ эффективности обнаружителей

Сравнение обнаружителей проведем по рабочим характеристикам и значениям относительной эффективности (ОЭ)

$$\varepsilon(S_i, S_j) = m_j / m_i, \quad (6.13)$$

где индексы i и j относят соответствующие характеристики к сравниваемым обнаружителям.

Рассмотренные ранее обнаружители Манна – Уитни и Вальда – Вольфовица настроены на равномерные распределения. Практический интерес представляет сравнение их по эффективности с обнаружителями, настроенными на экспоненциальные распределения: квазиоптимальный, Манна – Уитни и модифицированный знаковый.

Уравнение рабочей характеристики двухканального квазиоптимального обнаружителя можно представить в виде [11, 12]

$$D = \Phi\{2\sqrt{m}(\sqrt{1 + g} - 1) - \sqrt{1 + g} \Phi^{-1}(1 - F/2)\}, \quad (6.14)$$

откуда

$$m = 0,25 \left(\left(\Phi^{-1}(D) + \sqrt{1 + g} \Phi^{-1}(1 - F/2) \right) / (\sqrt{1 + g} - 1) \right)^2. \quad (6.15)$$

Рабочие характеристики квазиоптимального обнаружителя изображены на рис. 6.7 и 6.8 (обозначение – КвОпт).

Отметим, что при $F/(1 - D) \leq 0,1$ (что обычно имеет место) сравнительный анализ практически эквивалентен сопоставлению непараметрических и оптимального обнаружителей [12].

Можно показать, что уравнение рабочей характеристики двухпорогового рангового двухканального обнаружителя Манна – Уитни, настроенного на экспоненциальное распределение, имеет вид

$$D = \Phi \left\{ (2 + g) / \sqrt{6(1 + g)(6 + g(6 + g)) / (9 + g(9 + 2g))} \times \right. \\ \left. \times \left(\sqrt{1,5m} g / (2 + g) - \Phi^{-1}(1 - F/2) \right) \right\}, \quad (6.16)$$

откуда

$$m = 0,67 \left(\left(\sqrt{6(1 + g)(6 + g(6 + g)) / (9 + g(9 + 2g))} \Phi^{-1}(D) + \right. \right. \\ \left. \left. + (2 + g) \Phi^{-1}(1 - F/2) \right) / g \right)^2. \quad (6.17)$$

Рабочие характеристики обнаружителя Манна – Уитни, настроенного на экспоненциальное распределение, представлены на рис. 6.7 и 6.8 (обозначение – М-У.Э). Их анализ показывает:

1) наиболее эффективным является обнаружитель Манна – Уитни, работающий с гипотетическими выборками из равномерных распределений. Затем следуют квазиоптимальный обнаружитель, настроенный на экспоненциальные распределения, обнаружитель Вальда – Вольфовица и обнаружитель Манна – Уитни, работающий с выборками из экспоненциальных распределений;

2) эффективность непараметрических обнаружителей возрастает при уменьшении отношения сигнала к шуму и вероятности ложной тревоги.

Зависимости относительных эффективностей обнаружителей от отношения сигнала к шуму, полученные с учетом (6.4), (6.8), (6.12), (6.13), (6.15) и (6.17), представлены на рис. 6.9–6.11. Расчеты показывают:

1) при $D = 0,5$ ОЭ обнаружителя Манна – Уитни не зависит от F и при $g = 0,1–3,1$ составляет: 2,50–1,06 (относительно В-В), 1,43–0,84 (относительно КвОпт), 3,66–1,56 (относительно М-У.Э). При $g \geq 1,4$ квазиоптимальный обнаружитель сравнивается по эффективности с обнаружителем Манна – Уитни и незначительно превосходит его;

2) при $D = 0,9$ ОЭ обнаружителя Манна – Уитни зависит от F и при $g = 0,1–3,1$ составляет:

- для $F = 10^{-4}$: 1,84–1,05 (относительно В-В), 1,43–0,84 (КвОпт), 3,75–1,80 (М-У.Э). Здесь также при $g \geq 1,4$ квазиоптимальный обнаружитель сравнивается по эффективности с обнаружителем Манна – Уитни и незначительно превосходит его;

- для $F = 10^{-6}$: 3,12–1,38 (В-В), 2,24–1,07 (КвОпт), 5,83–2,24 (М-У.Э), 12,5–3,55 (Зн).

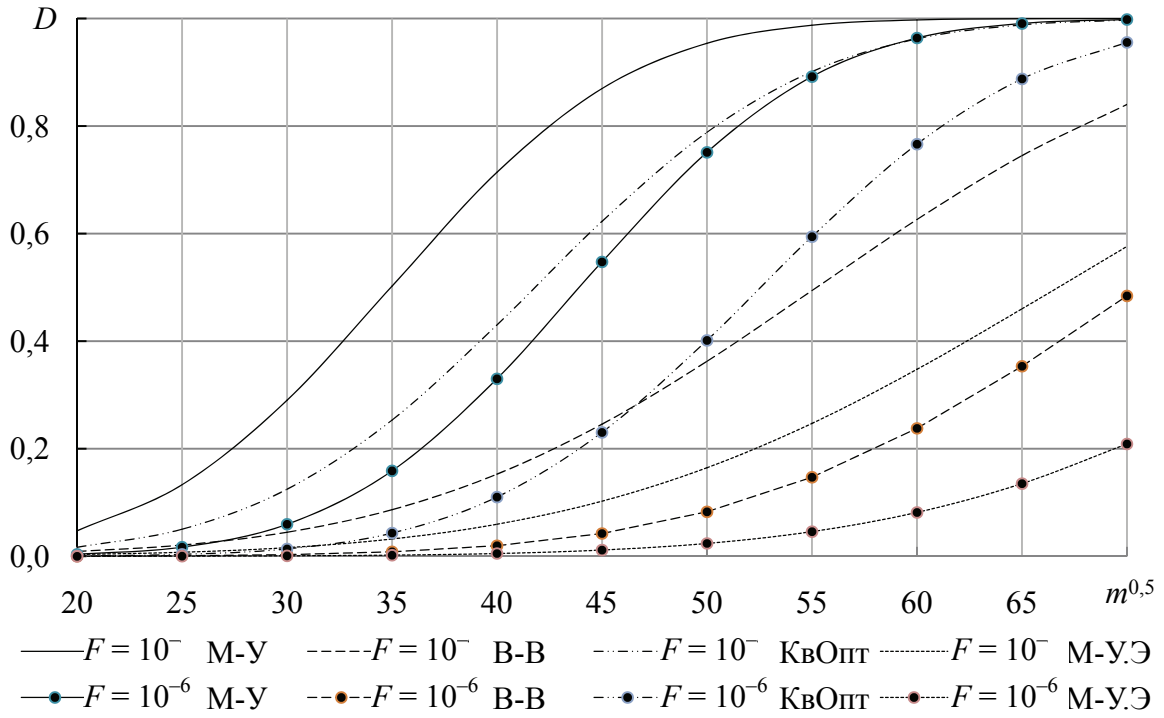


Рис. 6.7. Рабочие характеристики обнаружителей слабых оптических сигналов ($g = 0,1$)

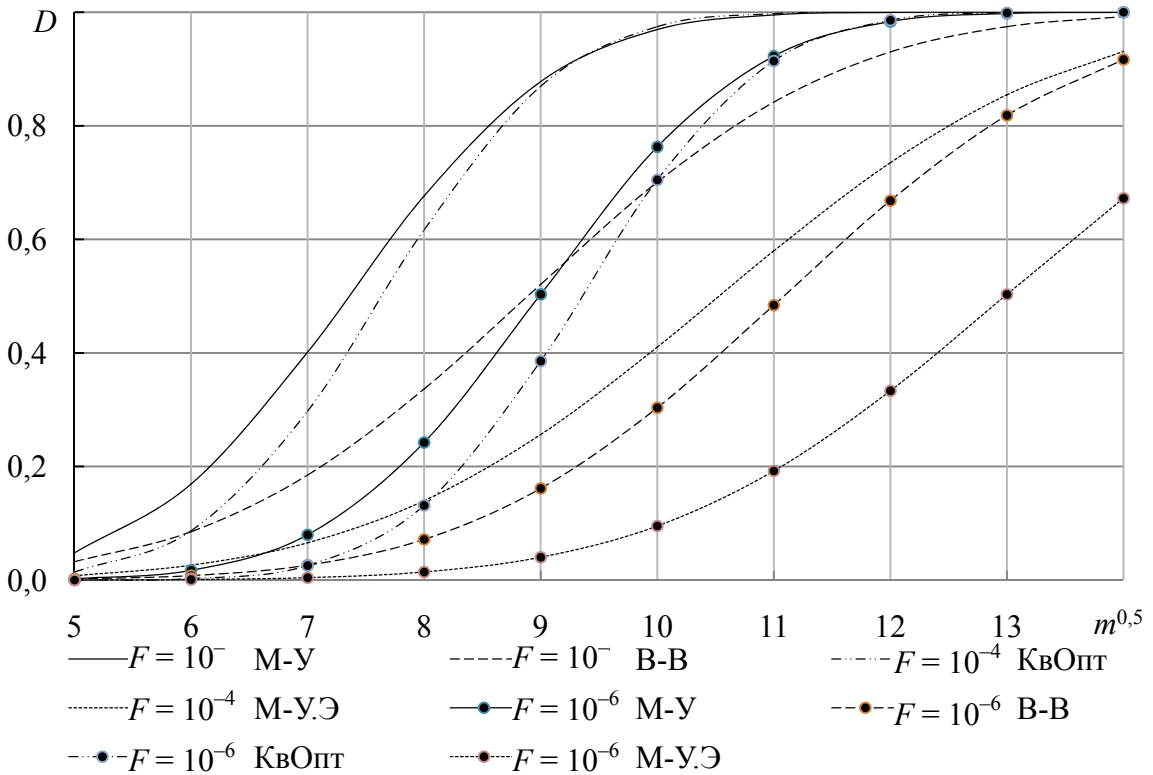


Рис. 6.8. Рабочие характеристики обнаружителей слабых оптических сигналов ($g = 1,0$)

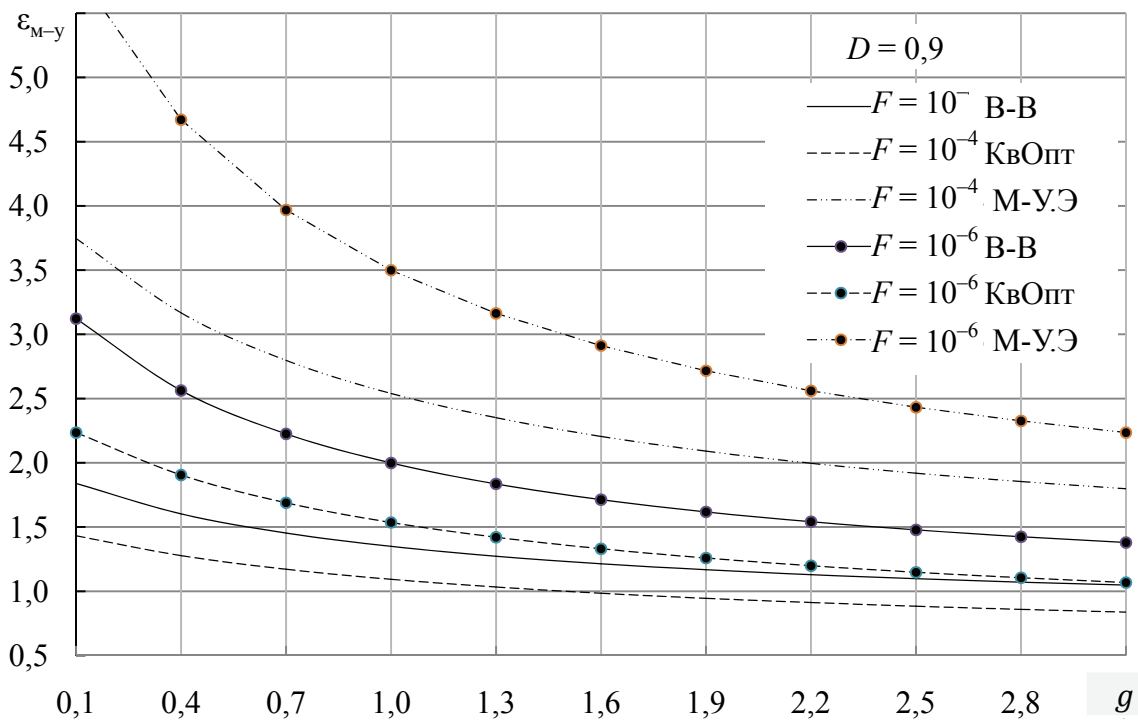


Рис. 6.9. Зависимость относительной эффективности обнаружителя Манна – Уитни от отношения сигнал/шум

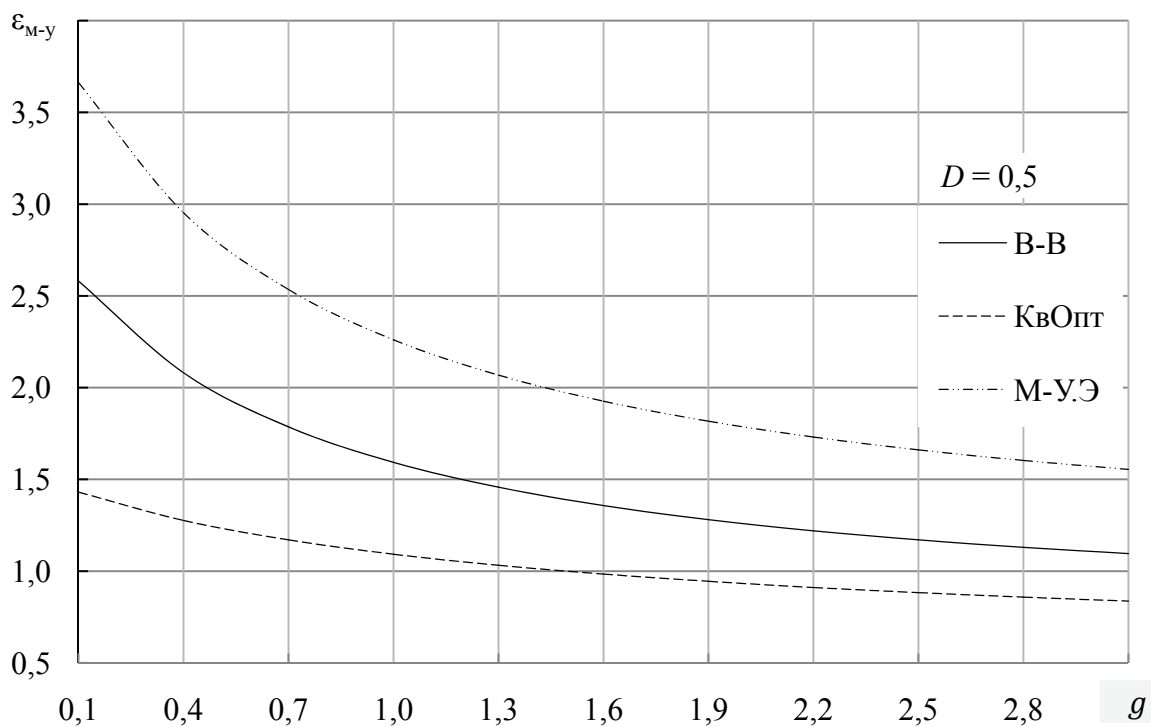


Рис. 6.10. Зависимость относительной эффективности обнаружителя Манна – Уитни от отношения сигнал/шум

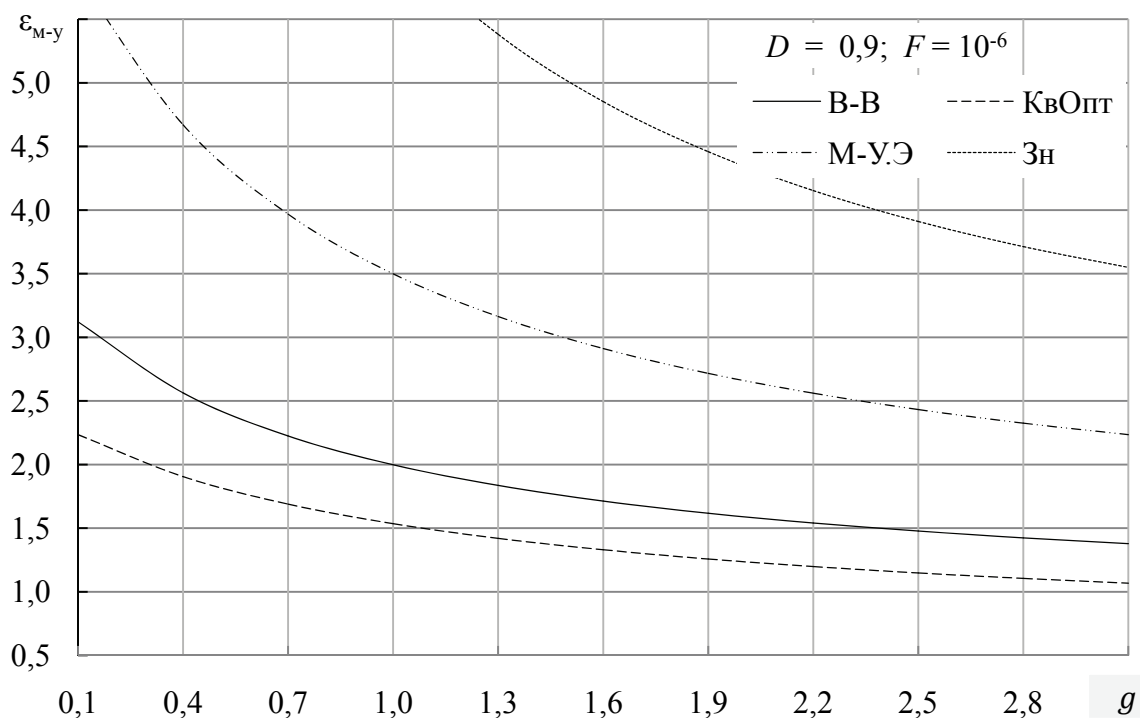


Рис. 6.11. Зависимость относительной эффективности обнаружителя Манна – Уитни от отношения сигнал/шум

Таким образом, для обнаружения слабых оптических сигналов можно рекомендовать простой в практической реализации и эффективный обнаружитель Манна – Уитни.

6.6. Многоканальные ранговые обнаружители

Для построения многоканальных ранговых обнаружителей воспользуемся следующим методом множественных сравнений [4, 13]. Каналы обнаружения разбиваются на пары. Для каждой пары каналов вычисляется двухвыборочная статистика, значение которой сравнивается с порогом. Затем превышения пороговых значений суммируются. В обнаружителях, базирующихся на односторонних тестах (например, Вальда – Вольфовица), осуществляется индикация пары каналов, в одном из которых присутствует сигнал. В обнаружителях, созданных на базе двухсторонних тестов (например, Манна – Уитни), индицируется номер канала с сигналом.

В обоих типах обнаружителей принимается решение о наличии сигнала на входе (справедлива альтернатива K), если на выходе сумматора напряжение отлично от нуля. Если оно равно нулю, то следует решение: сигнал на входе отсутствует (верна гипотеза H).

Уравнения рабочих характеристик многоканальных непараметрических обнаружителей можно получить из соответствующих характеристик двухканальных обнаружителей, заменяя F на $F / (k / 2)$ [4]. Поэтому из (6.3), (6.4) и (6.7), (6.8) получаем:

- для обнаружителя Манна – Уитни

$$D = \Phi\{(1 + g)/\sqrt{1 + 2g} \times \quad (6.18)$$

$$\times (\sqrt{1,5m}(1 - 1/(1 + g)) - \Phi^{-1}(1 - F/k))\},$$

$$m = 2/3 \left((\sqrt{1 + 2g} \Phi^{-1}(D)/(1 + g) + \Phi^{-1}(1 - F/k)) / \quad (6.19)$$

$$/(1 - 1/(1 + g)))^2,$$

- для обнаружителя Вальда – Вольфовица

$$D = \Phi \left\{ 0,5(2 + g)^2 / \sqrt{2(1 + g)(1 + (1 + g)^2)} (\sqrt{2m} g / (2 + g) - \quad (6.20)$$

$$- \Phi^{-1}(1 - 2F/k)) \right\},$$

$$m = 0,5((2 + g)/g \times \quad (6.21)$$

$$\times \left(2 \sqrt{2(1 + g)(1 + (1 + g)^2)} \Phi^{-1}(D)/(2 + g)^2 + \Phi^{-1}(1 - 2F/k) \right)^2.$$

Пороговые значения статистик многоканальных обнаружителей получаются из (6.2) и (6.6):

- для обнаружителя Манна – Уитни

$$c_{1,2} = 0,5m^2 \pm m\sqrt{(2m + 1)/12} \Phi^{-1}(1 - F/k), \quad (6.22)$$

- для обнаружителя Вальда – Вольфовица

$$c = m + 1 - \sqrt{m(m - 1)/(2m - 1)} \Phi^{-1}(1 - 2F/k). \quad (6.23)$$

Глава 7

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ НЕКОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛОВ

В главе 1 данной монографии и статье автора [3] проанализирована устойчивость вероятности ложной тревоги при обнаружении последовательности флуктуирующих радиолокационных сигналов на фоне внутреннего шума и мешающих отражений. Показано, что ошибки в работе различных систем, призванных для стабилизации уровня ложной тревоги, могут привести к неприемлемому ее возрастанию. Поэтому актуальной является задача разработки и исследования обнаружителей, устойчивых к изменению статистических характеристик помех (адаптивных, непараметрических, робастных и других), показатели качества которых мало отличаются от показателей качества оптимальных алгоритмов.

В зависимости от наличия и характера априорной информации о статистических характеристиках обрабатываемых сигналов различают параметрическую и непараметрическую неопределенность. В случае параметрической априорной неопределенности известные плотности распределения вероятности выборок обрабатываемого процесса имеют неизвестные параметры (например, математическое ожидание и дисперсия для гауссовского распределения), которые могут изменяться во времени случайным образом. Для обеспечения устойчивого к внешним условиям функционирования алгоритмы должны осуществлять предварительную оценку неизвестных параметров шума по дополнительной (обучающей) выборке с последующим использованием этих оценок для нормировки входных сигналов обнаружителя или для управления порогом обнаружения. Такие обнаружители получили название адаптивных обнаружителей, а также обнаружителей с постоянной вероятностью ложного обнаружения (ПВЛО) или с постоянным уровнем ложных тревог (по терминологии П. А. Бакулева – сокращенно ПУЛТ-процессор [12, 13]).

При непараметрической априорной неопределенности неизвестно выражение для плотности распределения вероятностей выборочных отсчетов, а о различии распределений сигнала и помехи известны только сведения общего характера (например, различия в сдвиге, масштабе и др.). В этом случае устойчивые алгоритмы обнаружения базируются на алгоритмах проверки непараметрических статистических гипотез [6, 15]. Получаемые при этом непараметрические алгоритмы обнаружения (главным образом, знаковые и ранговые) обладают независимостью (инвариантностью) вероятности ложной тревоги от плотности распределения вероятностей помехи.

Можно полагать, что именно поэтому в последнее время, как отмечается в [14], в задачах обнаружения сигналов все чаще привлекают внимание непараметрические методы. Непараметрические обнаружители названы в [14] непараметрическими ПУЛТ-процессорами.

Таким образом, одно из актуальных направлений преодоления априорной неопределенности связано с применением эффективных непараметрических тестов, в том числе ранговых. Ранговые алгоритмы, будучи нелинейными, инерционными. Это связано с тем, что переход от обычного выборочного вектора к ранговому вектору невозможен без запоминания всей выборки [1, 14], что затрудняет применение указанных критериев в реальном масштабе времени. Вместе с тем известны перемешанные непараметрические тесты, работающие в реальном масштабе времени [4]. В главе 5 данной книги и статье автора [5] изложены основы теории быстрых непараметрических алгоритмов обнаружения сигналов, функционирующих в реальном масштабе времени. Показано, что перемешанные непараметрические тесты, предложенные Фойстеллом и Дэвиссоном [4], являются, при указанных допущениях, оптимальными по критерию Неймана – Пирсона правилами выбора решения при проверке простой гипотезы о величине математического ожидания относительно сложной альтернативы.

В настоящей главе используются результаты, полученные автором в [5, 17–20]. Рассмотрен последетекторный непараметрический обнаружитель, базирующийся на ранговом двухвыборочном тесте Манна – Уитни (или суммы рангов; в литературе тест определяется и как свободный от распределения, и как непараметрический) [6, 7, 16].

Получены показатели качества обнаружения быстро- и нефлуктуирующего сигналов, представлен материал относительно модификации рангового двухвыборочного теста Вилкоксона, предложенного и исследованного в свое время П. С. Акимовым (1931–2002) [8, 14], который был известным в России и за рубежом высококлассным специалистом в области непараметрического обнаружения и оценки сигналов.

Прежде всего рассмотрим вопрос о подходе к сопоставлению непараметрических и оптимальных обнаружителей.

7.1. О сопоставлении непараметрических и оптимальных обнаружителей

Обычно указанное сопоставление осуществляют по кривым обнаружения для оптимальных и непараметрических алгоритмов. Для сравнительной оценки используют выражаемую в децибелах разность отношений сигнала к помехе, при которых оптимальный и непараметрический

обнаружители обеспечивают заданные вероятности ложной тревоги и правильного обнаружения. В связи с этим необходимо заметить, что в оптимальных обнаружителях стабилизация вероятности ложной тревоги с помощью любой из указанных ранее схем приводит к уменьшению вероятности правильного обнаружения, степень которого зависит от диапазона изменения характеристик помехи. В непараметрическом обнаружителе этого нет. Сказанное означает, что сопоставление оптимальных и непараметрических обнаружителей по кривым обнаружения для известных данных о статистических характеристиках помех заведомо отдаст предпочтение оптимальному обнаружителю. Поэтому это сопоставление не может полностью объективно оценить преимущество непараметрических обнаружителей. Однако, с одной стороны, оно выполняется сравнительно просто и привычно для специалистов по радиолокации, а с другой – обычно указывает на приемлемое увеличение отношения сигнала к шуму в непараметрическом обнаружителе, при котором последний обеспечивает одинаковые с оптимальным обнаружителем показатели качества. Поэтому указанное сопоставление практически полезно. Кроме того, его результаты можно использовать для сравнения оптимального и непараметрического обнаружителей по информативности радиолокационного наблюдения.

7.2. Модели сигнала и помех

Известно, что актуальность непараметрических обнаружителей обязана наличию негауссовых помех. Однако гауссовы шумы являются наиболее преобладающей моделью помех [9]. Поэтому для оценки показателей качества работы непараметрических обнаружителей воспользуемся указанной математической моделью помехи и моделями быстрофлуктуирующего и нефлуктуирующего отраженных сигналов. Так как исследуются последетекторные непараметрические обнаружители, то результатами наблюдения (элементами выборок) являются выходные колебания амплитудного детектора радиолокационного обнаружителя. В этом случае имеем следующие распределения вероятностей и соответствующие им интегральные функции распределения [2]:

- для шума (релеевское распределение)

$$f_1(z) = (z/v_{\alpha}) \exp\{-0,5 z^2/v_{\alpha}\}, \quad (7.1)$$

$$F_1(z) = 1 - \exp\{-0,5 z^2/v_{\alpha}\}, \quad (7.2)$$

где $v_0^2 = N_0 \mathcal{E}_и / 2$; N_0 – спектральная плотность внутреннего шума; $\mathcal{E}_и$ – средняя энергия в импульсе;

- для быстрофлуктуирующего сигнала (релеевское распределение)

$$f_2(z) = (z/(v_a(1+g)))\exp\{-0,5 z^2/(v_a(1+g))\}, \quad (7.3)$$

$$F_2(z) = 1 - \exp\{-0,5 z^2/(v_a(1+g))\}, \quad (7.4)$$

где $g = \mathcal{E}_n/N_0$ – отношение энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума;

- для нефлуктуирующего сигнала (распределение Райса)

$$f_2(z) = (z/v_0^2)\exp\{-0,5 (z^2 + \mathcal{E}_n^2)/v_0^2\}I_0(z\mathcal{E}_n/v_0^2), \quad (7.5)$$

где \mathcal{E}_n – энергия в импульсе; $I_0(\cdot)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

7.3. Тест Манна – Уитни и особенности его применения в непараметрическом обнаружителе

В качестве статистики $\{S_i^L\}$ в (5.4) используем статистику наиболее известного и изученного двухвыборочного теста Манна – Уитни [6, 7] (см. п. 5.2 данной книги)

$$S_{ii}^L = \sum_{j=1}^{m_1} \sum_{k=1}^{m_2} h(z_{1ij} - z_{2ik}) = \sum_{j=1}^m R_j - 0,5 m(m+1), \quad (7.6)$$

где $h(z_{1ij} - z_{2ik}) = h_{ik} = \{1, z_{1ij} > z_{2ik}; 0, z_{1ij} < z_{2ik}\}$ – индикатор числа инверсий (имеет место одна инверсия, если в общем вариационном ряду, составленном из z_1 и z_2 , элемент z_{1j} появляется позднее z_{2k} , т. е. $z_{1j} > z_{2k}$; R_j – ранг элемента z_{1j} в общем вариационном ряду.

Как отмечалось, при $m_1 > 3$ и $m_1 + m_2 \geq 20$ гауссово приближение для распределения статистики Манна – Уитни оказывается достаточно точным. Параметры этого распределения представлены в п. 3.2.

Особенности применения теста Манна – Уитни в рассматриваемом непараметрическом обнаружителе определяются видом зондирующего сигнала и необходимостью иметь два канала обработки после детектора РЛС, т. к. указанный критерий является двухвыборочным.

В качестве примера положим, что РЛС излучает зондирующий сигнал в виде квазинепрерывной последовательности КФМ-радиоимпульсов. На выходе некогерентной части устройства внутривыборочной обработки РЛС наблюдается последовательность видеоимпульсов. Период повторения радиоимпульсов существенно меньше периода радиолокационного обзора пространства по дальности. Имеет место неоднозначность измерения дальности. К выходу детектора подключены два стробирующих каскада. На выходе одного из стробирующих каскадов последовательно наблюдаются нечетные элементы разрешения по дальности, а на выходе другого – четные. Последовательности амплитуд выходных импульсов стробирующих каскадов являются элементами выборок, которые анали-

зируются непараметрическим обнаружителем. Структурная схема обнаружителя изображена на рис. 7.1 (см. сплошные линии; 1 – каскады стробирования; 2 – блок вычисления статистики теста Манна – Уитни; 3 – блок вычисления суммы (5.4); 4, 5 – пороговые схемы).

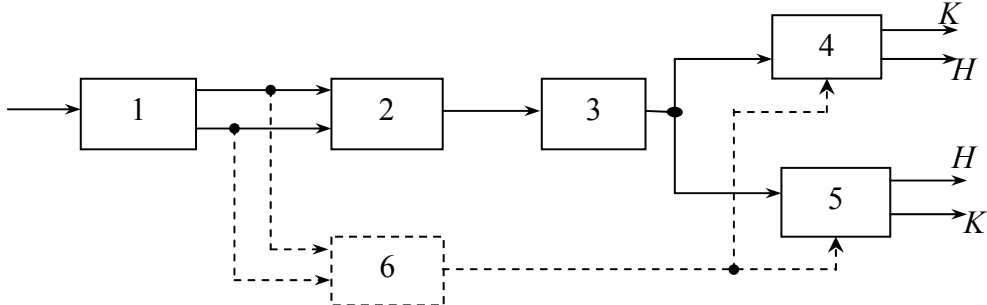


Рис. 7.1. Структурная схема непараметрического обнаружителя

Наличие двух пороговых схем обусловлено тем, что отраженный сигнал может присутствовать на выходе одного из двух каскадов стробирования. Значения порогов обнаружения согласно (3.8), (3.9), (5.8) определяются выражением

$$c_{1,2} = 0,5pt^2 \pm \sqrt{pt^3/6} \Phi^{-1}(1 - F). \quad (7.7)$$

На рисунке 7.2 представлен пример схемы блока вычисления статистики теста Манна – Уитни (для примера взято $t = 3$; 1, 2 – линии задержки; 3 – схемы сравнения; 4 – сумматор).

Рассмотрим показатели качества обнаружения последетекторного непараметрического обнаружителя, построенного на базе критерия Манна – Уитни.

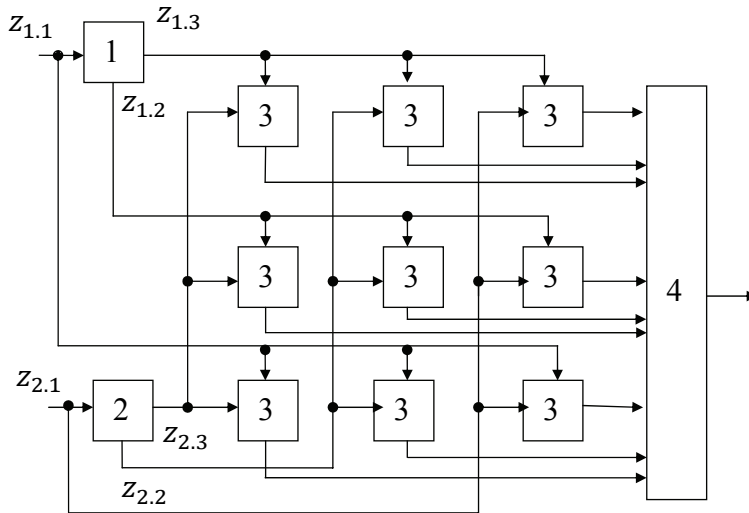


Рис. 7.2. Структурная схема блока вычисления статистики теста Манна – Уитни

7.4. Показатели качества обнаружения

Названные показатели получим для случаев быстро- и нефлуктуирующего сигналов.

7.4.1. Случай быстрофлуктуирующего сигнала

Подставляя релейские распределения (7.2), (7.4) в (3.6), после простых преобразований получаем

$$p_1 = (1 + g)/(2 + g). \quad (7.8)$$

Тогда (см. (3.8), (3.10), (5.13))

$$E_1 = m^2 (1 + g)/(2 + g), \quad (7.9)$$

$$\Delta E = E_1 - E_0 = 0,5m^2 g/(2 + g). \quad (7.10)$$

Вероятность правильного обнаружения (5.14) с учетом (3.9) и (7.10) определяется выражением

$$D = \Phi(1,225\sqrt{M} g/(2 + g) - \Phi^{-1}(1 - F)), \quad (7.11)$$

где $M = pt$. В соответствии с (7.11) на рис. 7.3 и 7.4 представлены кривые обнаружения для быстрофлуктуирующего сигнала.

Из (7.11) следует выражение для требуемого количества принимаемых импульсов, зависящее от задаваемых вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги и отношения сигнала к шуму

$$M = 0,666(1 + 2/g)^2(\Phi^{-1}(D) + \Phi^{-1}(1 - F))^2. \quad (7.12)$$

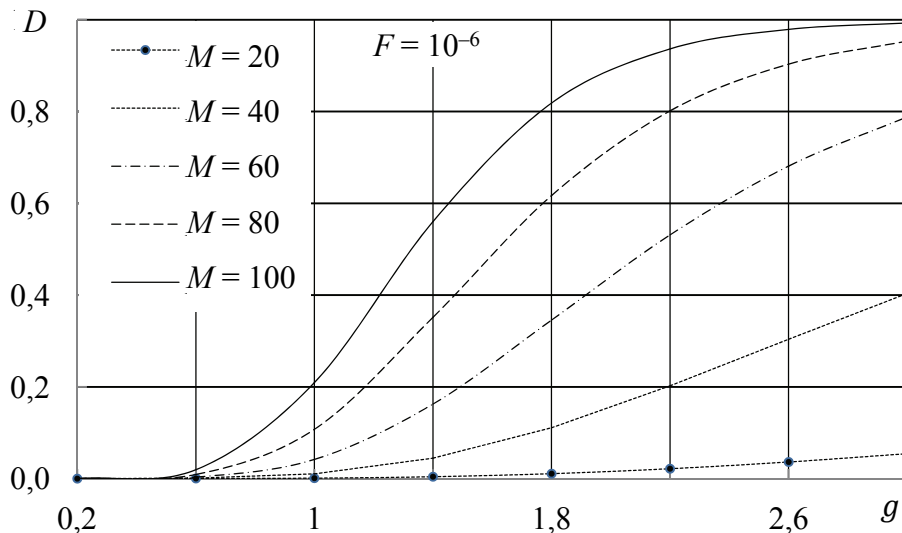


Рис. 7.3. Кривые обнаружения для быстрофлуктуирующего сигнала при $F = 10^{-6}$

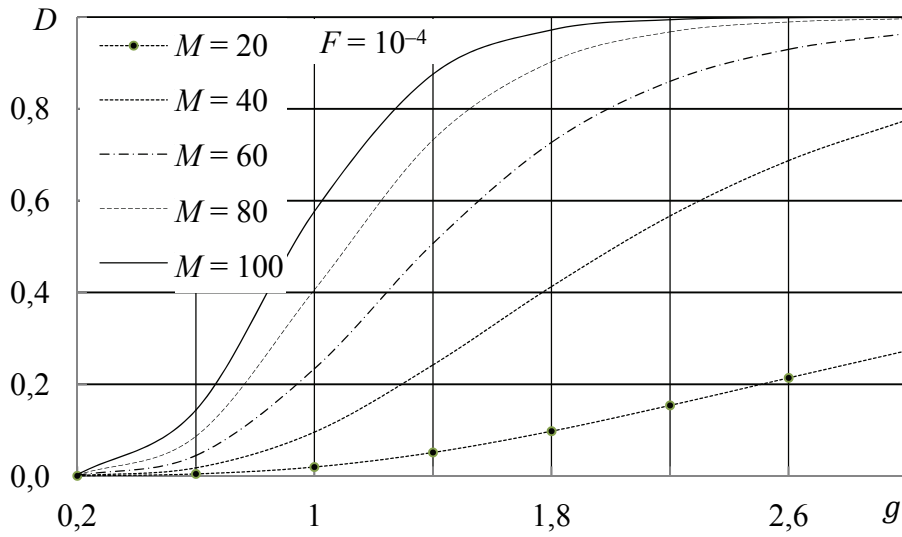


Рис. 7.4. Кривые обнаружения для быстрофлуктуирующего сигнала при $F = 10^{-4}$

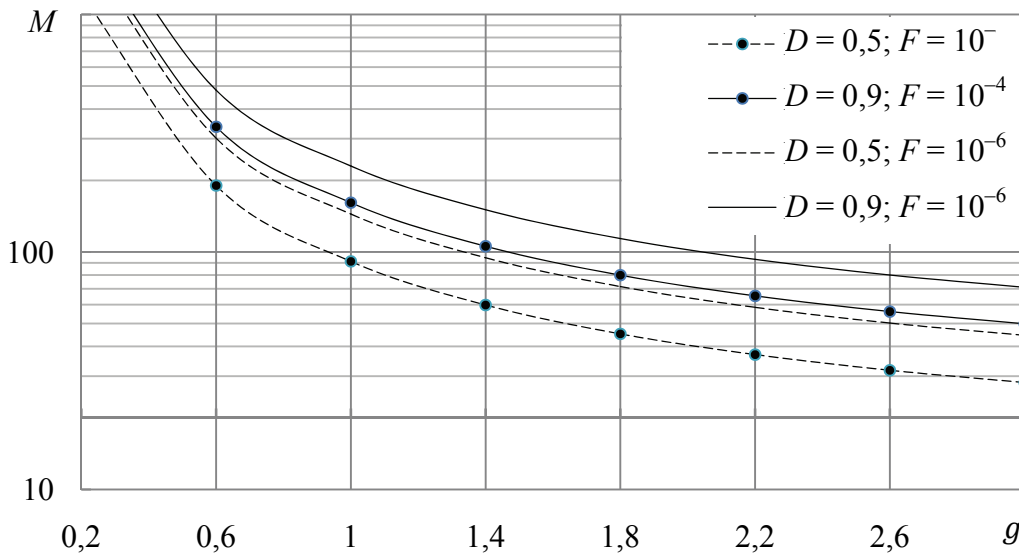


Рис. 7.5. Зависимость M от g для быстрофлуктуирующего сигнала

Согласно (7.12) на рис. 7.5 представлена зависимость M от g для разных сочетаний требуемых вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги.

Сравнение непараметрического обнаружителя с оптимальным [10] показывает, что потери его в пороговом отношении сигнала к шуму составляют 2,9–3,2 дБ ($F = 10^{-4}$, $D = 0,5–0,9$, $M = 100$). Они возрастают при увеличении отношения сигнала к шуму и уменьшаются с увеличением требуемой вероятности правильного обнаружения. Это еще раз указывает на «приспособленность» ранговых критериев к задаче обнаружения слабых радиолокационных сигналов.

Оценим степень занижения качества обнаружения, обусловленную приближением $V_1 \cong V_0$ равенства дисперсий статистики критерия Манна – Уитни при наличии и отсутствии отраженного сигнала. Для этого получим значение $\sqrt{V_0/V_1}$, входящее в (5.15). Подставляя (7.2) и (7.4) в (2.7), а затем используя (3.9) и (3.11), получаем

$$\begin{aligned} \sqrt{V_0/V_1} &= (2 + g) \times \\ &\times (6(1 + g) (6 + g(6 + g)) / ((3 + g)(3 + 2g)))^{-0,5}. \end{aligned} \quad (7.13)$$

Тогда на основании (5.15), (7.11) и (7.13) вероятность правильного обнаружения определяется выражением

$$\begin{aligned} D &= \Phi \left((1,225\sqrt{M} g / (2 + g) - \Phi^{-1}(1 - F)) (2 + g) \times \right. \\ &\left. \times (6(1 + g) (6 + g(6 + g)) / ((3 + g)(3 + 2g)))^{-0,5} \right), \end{aligned} \quad (7.14)$$

откуда требуемое количество импульсов равно

$$\begin{aligned} M &= 0,666(1 + 2/g)^2 \left(\sqrt{6(1 + g) (6 + g(6 + g)) / ((3 + g)(3 + 2g))} \times \right. \\ &\left. \times \Phi^{-1}(D) / (2 + g) + \Phi^{-1}(1 - F) \right)^2. \end{aligned} \quad (7.15)$$

Расчеты по (7.12) и (7.15) показывают, что при $g = -3, 0, 5$ дБ значения M отличаются соответственно на 1,3 %, 3,5 % и 8 %. Причем результаты, полученные по (7.15), меньше аналогичных, рассчитанных по (7.12).

Таким образом, указанное приближение дисперсий V_1 и V_0 , существенно упрощающее анализ непараметрических обнаружителей, практически приемлемо.

7.4.2. Случай нефлуктуирующего сигнала

Подставим распределения (7.2) и (7.5) в (3.6) и после преобразований получаем

$$p_1 = 1 - e^{-g} \int_0^{\infty} t e^{-t^2} I_0(\sqrt{2gt}) dt, \quad (7.16)$$

где $g = \mathcal{E}_u / N_0$ – отношение энергии импульса к спектральной плотности внутреннего шума. Перейдем в подынтегральном выражении от модифицированной функции Бесселя первого рода нулевого порядка $I_0(\cdot)$ к функции Бесселя $J_0(\cdot)$. Согласно [11] имеем

$$I_\nu(z) = e^{-\pi\nu i/2} J_0(ze^{\pi i/2}) \text{ при } -\pi < \arg z \leq \pi/2, \quad (7.17)$$

$$I_\nu(z) = e^{3\pi\nu i/2} J_0(ze^{-3\pi i/2}) \text{ при } -\pi/2 < \arg z \leq \pi.$$

Так как в рассматриваемом случае $\nu = 0$, то из любой формулы (7.17) получаем $I_0(z) = J_0(iz)$ и интеграл в (7.16) запишем в виде

$$I = \int_0^\infty te^{-t^2} J_0(i\sqrt{2gt}) dt. \quad (7.18)$$

Этот интеграл является табличным [11, с. 304]

$$\int_0^\infty e^{-a^2 t^2} t^{\nu+1} J_\nu(bt) dt = \frac{b^\nu}{(2a^2)^{\nu+1}} e^{-b^2/(4a^2)}. \quad (7.19)$$

В (7.18) имеем $\nu = 0, a^2 = 1, b = i\sqrt{2g}$. Тогда

$$I = 0,5e^{0,5g}. \quad (7.20)$$

Подставляя (7.20) в (7.16), получаем

$$p_1 = 1 - 0,5e^{-0,5g}. \quad (7.21)$$

Тогда (см. (3.8), (3.10), (5.13))

$$E_1 = m^2(1 - 0,5e^{-0,5g}), \quad (7.22)$$

$$\Delta E = 0,5m^2(1 - 0,5e^{-0,5g}). \quad (7.23)$$

Вероятность правильного обнаружения (5.14) с учетом (3.9) и (7.23) равна

$$D = \Phi(1,225\sqrt{M}(1 - e^{-0,5g}) - \Phi^{-1}(1 - F)). \quad (7.24)$$

Согласно (7.24) на рис. 7.6 и рис. 7.7 представлены кривые обнаружения для нефлуктуирующего сигнала.

Из (7.24) получаем формулу для требуемого количества принимаемых импульсов (рис. 7.8)

$$M = 0,666(1 - e^{-0,5g})^{-2}(\Phi^{-1}(D) + \Phi^{-1}(1 - F))^2. \quad (7.25)$$

Согласно (7.25) на рис. 7.8 представлена зависимость M от g для разных сочетаний требуемых вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги.

Сравнение непараметрического обнаружителя с оптимальным [10] показывает, что потери его в пороговом отношении сигнала к шуму составляют 2,2–2,35 дБ ($F = 10^{-4}, D = 0,5-0,9, M = 100$).

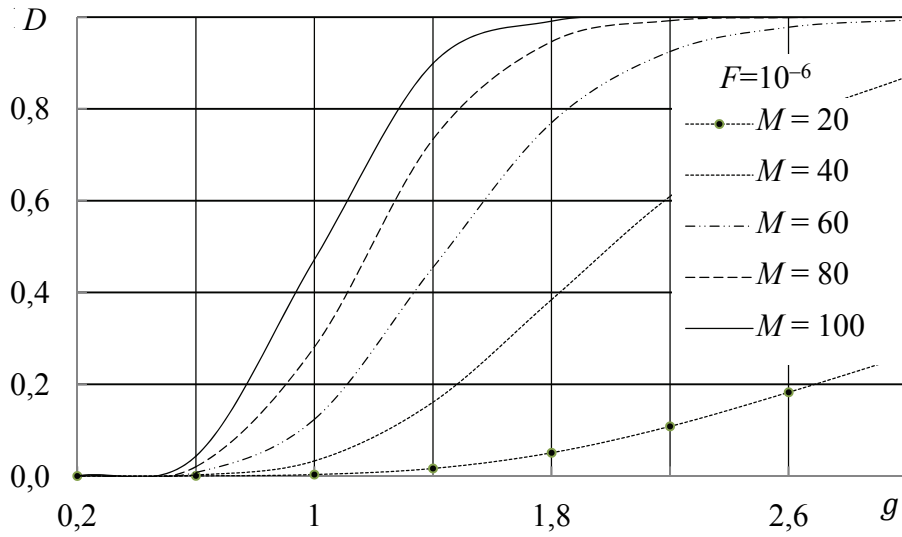


Рис. 7.6. Кривые обнаружения для нефлуктуирующего сигнала при $F = 10^{-6}$

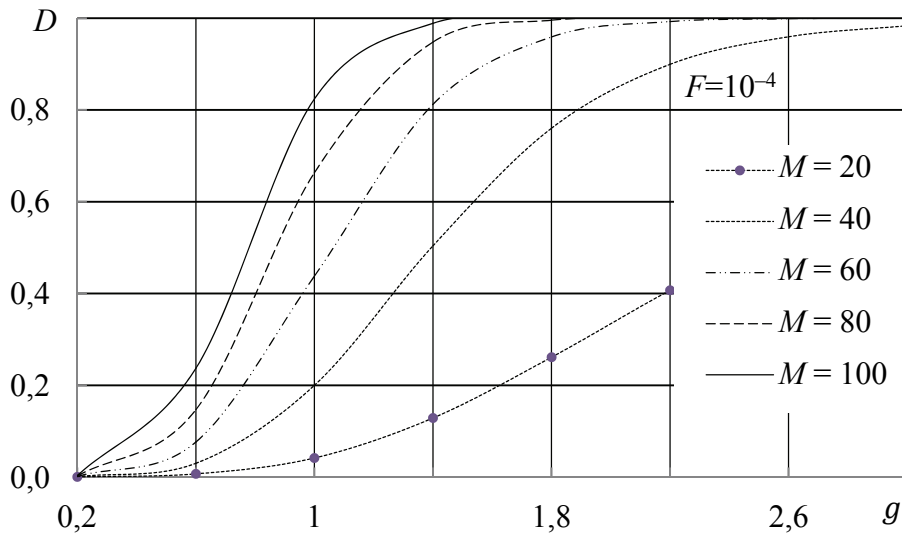


Рис. 7.7. Кривые обнаружения для нефлуктуирующего сигнала при $F = 10^{-4}$

Заметим, что потери при непараметрическом некогерентном обнаружении для нефлуктуирующего сигнала меньше, чем для флуктуирующего сигнала на 0,73–0,83 дБ. Объясняется это тем, что используемый ранговый критерий Манна – Уитни является тестом для альтернативы сдвига, который в большей степени проявляется в случае нефлуктуирующего сигнала.

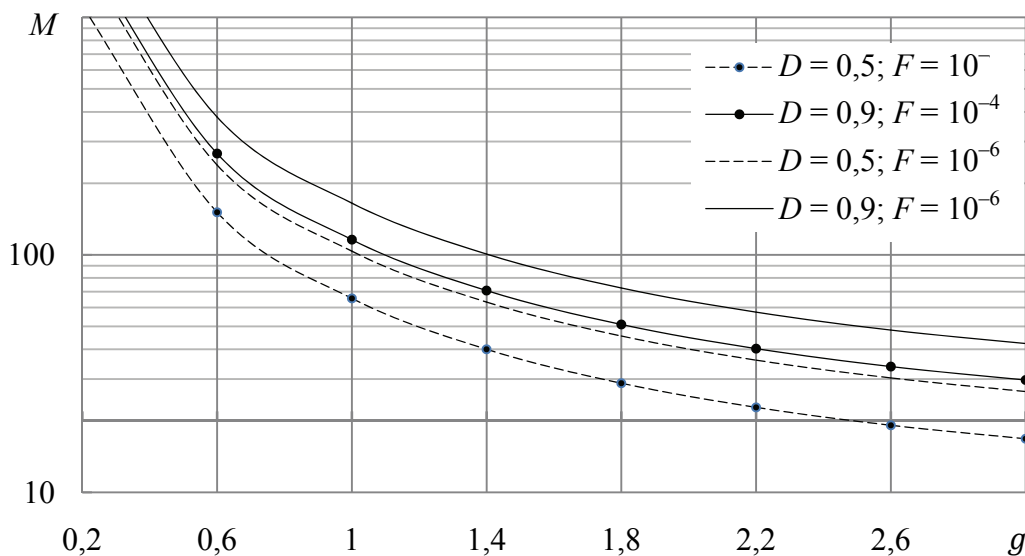


Рис. 7.8. Зависимость M от g для нефлуктуирующего сигнала

Таким образом, непараметрический некогерентный обнаружитель, основанный на использовании рангового двухвыборочного теста Манна – Уитни, обеспечивает стабилизацию условной вероятности ложной тревоги при изменении статистики помех, незначительно уступая в эффективности оптимальному обнаружителю. Так, при $D = 0,5–0,9$, $F = 10^{-4}$, $M = 100$ потери в пороговом отношении сигнала к шуму составляют для быстрофлуктуирующего сигнала 2,9–3,2 дБ, для нефлуктуирующего сигнала – 2,2–2,35 дБ.

7.5. Об одной модификации рангового критерия Вилкоксона

Покажем, что упомянутый критерий, предложенный и исследованный П. С. Акимовым [8], является частным случаем перемешанного критерия Вилкоксона, особенности применения которого диктуются конкретной радиолокационной ситуацией.

В указанной работе рассматривается пример применения критерия Вилкоксона в некогерентном непараметрическом обнаружителе импульсного радиолокатора. РЛС излучает одиночный зондирующий импульсный сигнал в каждом периоде повторения. Принимаемый сигнал анализируют в каждом периоде повторения отдельно. В i -м периоде повторения:

- 1) имеется один отсчет x_i смеси отраженного сигнала с помехой, т. е. $m_2 = 1$, и m_1 отсчетов y_{ij} помехи, где $j = 1, \dots, m_1$;
- 2) вычисляется ранг R_i отсчета x_i относительно отсчетов y_{ij} .

Затем для n периодов повторения вычисляется статистика

$$S_{li}^L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m h(x_i - y_{ij}) = \sum_{i=1}^n R_i, \quad (7.26)$$

где $h(x_i - y_{ij}) = \{1, x_i > y_{ij}; 0, x_i < y_{ij}\}$ – индикатор числа инверсий.

Вернемся к известной статистике перемешанного теста Манна – Уитни, вычисляемой для p -групп (n -периодов повторения; см. (7.6))

$$S_l^n = \sum_{i=1}^p S_{li}^L = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{m_1} \sum_{k=1}^{m_2} h(z_{1ij} - z_{2ik}). \quad (7.27)$$

В рассматриваемом случае $m_2 = 1$, поэтому

$$S_l^n = \sum_{i=1}^p S_{li}^L = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{m_1} h(z_{1ij} - z_{2i}). \quad (7.28)$$

Статистики (7.26) и (7.28) подобны. Это означает, что статистика, предложенная П. С. Акимовым, является частным случаем перемешанной статистики Вилкоксона (Манна – Уитни или суммы рангов), когда в группе в одном периоде повторения имеется в одной выборке один элемент, а в другой – m_1 элементов. При $p \gg 1$ распределение статистики (7.28) в силу центральной предельной теоремы является гауссовым при гипотезе и альтернативе. Согласно (3.8)–(3.11) статистика S_{li}^L , входящая в (7.27) и (7.28), имеет следующие математические ожидания и дисперсии ($m_2 = 1$):

при гипотезе

$$E_0 = 0,5m_1, V_0 = m_1(m_1 + 2)/12, \quad (7.29)$$

при альтернативе

$$E_1 = p_1m_1, V_1 = m_1((m_1 - 1)r^2 + p_1q). \quad (7.30)$$

Статистика (7.28) является суммой независимых и одинаково распределенных статистик S_{li}^L , поэтому с помощью (7.29) и (7.30) получаем

$$E_0\{S_l^n\} = 0,5pm_1, V_0\{S_l^n\} = pm_1(m_1 + 2)/12, \quad (7.31)$$

$$E_1\{S_l^n\} = pp_1m_1, V_1\{S_l^n\} = pm_1((m_1 - 1)r^2 + p_1q).$$

Аналогичные выражения приведены в [8].

Вышеизложенное позволяет в определенной степени указать на общность материала, рассмотренного в главе 5 данной книги и [5]. Он может быть распространен не только на рассмотренные случаи, но и на другие конкретные радиолокационные ситуации.

Глава 8

АДАПТИВНОЕ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ

Как отмечалось в п. 5.5, при зависимых наблюдениях непараметрические алгоритмы не обеспечивают постоянства вероятности ложной тревоги при изменении статистических характеристик помех [1–3]. Для поддержания стабильной вероятности ложной тревоги в этих условиях можно воспользоваться идеей адаптации порога решения, изложенной в [2] и использованной в п. 5.5. Непараметрический обнаружитель объективно должен быть адаптивным.

Если попытаться ограничиться независимыми отсчетами, то их максимально возможное количество может не обеспечить требуемые показатели качества обнаружения. Эта задача решается, если использовать зависимые отсчеты между смежными независимыми.

В главе представлен адаптивный последетекторный непараметрический обнаружитель, основанный на тесте Манна – Уитни. Получены показатели качества обнаружения для случаев быстро- и нефлуктуирующего радиолокационных сигналов. Используются материалы глав 5 и 7 и работы автора [5].

8.1. Адаптивный непараметрический обнаружитель

Структурная схема адаптивного последетекторного непараметрического обнаружителя представлена на рис. 7.1 (см. изображение сплошными и пунктирными линиями; б – блок подстройки порога). При использовании теста Манна – Уитни оценка дисперсии, входящая в выражение (5.28) порогов обнаружения, имеет следующий вид [4]:

$$\begin{aligned} \hat{V}_{03} = & (\sum_{i=1}^m (R_i - i)^2 + \sum_{i=1}^m (R_i^* - i)^2 + \\ & + 2 \sum_{k=1}^{m_3} \left((m/(m-k)) \sum_{i=1}^{m-k} (R_i - i) (R_{i+k} - i - k) + \right. \\ & \left. + (m/(m-k)) \sum_{i=1}^{m-k} (R_i^* - i) (R_{i+k}^* - i - k) \right) - 0,5 (2m_3 + 1)/m/m^4, \end{aligned} \quad (8.1)$$

где R_i, R_i^* – ранги выборочных значений каждой из двух выборок в общем вариационном ряду объема $2m$; m_3 – число зависимых отсчетов, взятых между независимыми. В [4] рассматривается следующий вид статистики теста Манна – Уитни

$$S_{li}^L = (m_1 m_2)^{-1} \sum_{j=1}^{m_1} \sum_{k=1}^{m_2} h(z_{1ij} - z_{2ik}). \quad (8.2)$$

Ее математическое ожидание при гипотезе равно $E_0 = 0,5$, поэтому пороги обнаружения с учетом (5.30) и $m_1 = m_2 = m$ имеют вид

$$c_{1,2} = 0,5M/m \pm \sqrt{M\hat{V}_{03}/m} \Phi^{-1}(1 - F)$$

и выражение (8.1) оценки дисперсии определяет алгоритм работы блока подстройки порога. Поскольку $m \approx 10$, а число зависимых отсчетов составляет единицы ($m_3 = 1, 2$), то подстройка порога может осуществляться в реальном масштабе времени.

8.2. Показатели качества обнаружения

При гипотезе и альтернативе статистика (8.2) распределена по гауссовому закону со следующими параметрами:

$$E_0 = 0,5; E_1 = p_1, \quad (8.3)$$

$$\begin{aligned} \hat{V}_{03} &= (m_1 + m_2 + 1)/(m_1 m_2) (1/12 + 2 \sum_{k=1}^{m_3} \xi_k - m_3/2) = \\ &= (2m + 1)(1/12 + 2 \sum_{k=1}^{m_3} \xi_k - m_3/2)/m^2, \end{aligned} \quad (8.4)$$

где

$$\xi_k = E_0 \{h(z_{2\alpha} - z_{1\beta})h(z_{2\alpha+k} - z_{1\beta})\}, |\alpha - \beta| > m_3. \quad (8.5)$$

При независимых отсчетах

$$V_0 = (m_1 + m_2 + 1)/(12m_1 m_2) = (2m + 1)/(12m^2). \quad (8.6)$$

С учетом (8.6) выражение (8.4) приводится к виду

$$\hat{V}_{03} = V_0/f(m_3), \quad (8.7)$$

где

$$f(m_3) = (m_3 + 1) / \left(1 + 24(\sum_{k=1}^{m_3} \xi_k - m_3/4)\right). \quad (8.8)$$

Тогда вероятность правильного обнаружения (5.29) с учетом (8.7) равна

$$D = \Phi(\sqrt{pf(m_3)/V_0} \Delta E - \Phi^{-1}(1 - F)). \quad (8.9)$$

Из выражений (3.7) и (8.3), (8.6) следует, что для обеих записей теста Манна – Уитни (3.1) и (8.2) отношение $\Delta E/\sqrt{V_0}$ одинаково. Поэтому из сопоставления (5.14) и (8.9) вытекает, что вероятности правильного об-

наружения в случае зависимых отсчетов могут быть определены с помощью выражений, аналогичных случаю независимых отсчетов (7.11) и (7.24):

- для быстрофлуктуирующего сигнала

$$D = \Phi(1,225\sqrt{Mf(m_3)} g/(2 + g) - \Phi^{-1}(1 - F)); \quad (8.10)$$

- для нефлуктуирующего сигнала

$$D = \Phi(1,225\sqrt{Mf(m_3)} (1 - 0,5e^{-0,5g}) - \Phi^{-1}(1 - F)). \quad (8.11)$$

Подчеркнем, что в (8.10) и (8.11) величина M – это количество импульсов, соответствующее независимым отсчетам. Как видно, общее количество обрабатываемых импульсов равно $Mf(m_3)$.

Из (7.12) и (7.25) получаем:

- в случае быстрофлуктуирующего сигнала

$$M = 0,666(1 + 2/g)^2(\Phi^{-1}(D) + \Phi^{-1}(1 - F))^2 / f(m_3); \quad (8.12)$$

- для нефлуктуирующего сигнала

$$M = 0,666(1 - 0,5e^{-0,5g})^{-2}(\Phi^{-1}(D) + \Phi^{-1}(1 - F))^2 / f(m_3). \quad (8.13)$$

Анализ выражений (8.10)–(8.13) показывает, что при указанных выше условиях в адаптивном обнаружителе требуемое для обеспечения задаваемых показателей качества количество импульсов в $f(m_3)$ раз меньше, чем в обычном непараметрическом обнаружителе. Функция $f(m_3)$ зависит только от статистических характеристик шума.

В случае коррелированного релейского шума согласно (8.5) имеем [2]

$$\xi_k = 1/(4 - \rho^2(k)), \quad (8.14)$$

где $\rho(k)$ – коэффициент корреляции отсчетов на выходе детектора. Для экспоненциального коэффициента корреляции [2]

$$\rho(k) = \exp(-5k/m_3). \quad (8.15)$$

С учетом (8.14) и (8.15) из (8.8) получаем

$$f(m_3) = (m_3 + 1) / \quad (8.16)$$

$$/ \left(1 + 24 \left(\sum_{k=1}^{m_3} 1/(4 - \exp(-10k/m_3)) - m_3/4 \right) \right).$$

Из (8.16) получаем $f(1) = 2$, $f(2) = 3$. Это означает, что при использовании одного или двух зависимых отсчетов требуемое количество импульсов (8.12) и (8.13), соответствующее независимым отсчетам, уменьшается соответственно в 2 или 3 раза. Заметим однако, что с увеличени-

ем числа зависимых отсчетов усложняется алгоритм работы блока подстройки порога (8.1), и его работа в реальном масштабе времени может оказаться неосуществимой. Кроме того, существенно усложняется и схемная реализация статистики Манна – Уитни (и любой статистики, основанной на рангах). Поэтому для практической реализации можно рекомендовать использование одного зависимого отсчета в непараметрическом адаптивном обнаружителе. Тогда из (8.10)–(8.13) имеем:

- для быстрофлуктуирующего сигнала

$$D = \Phi(1,73\sqrt{M} g / (2 + g) - \Phi^{-1}(1 - F)), \quad (8.17)$$

$$M = 0,33(1 + 2/g)^2 (\Phi^{-1}(D) + \Phi^{-1}(1 - F))^2; \quad (8.18)$$

- для нефлуктуирующего сигнала

$$D = \Phi(1,73\sqrt{M} (1 - 0,5e^{-0,5g}) - \Phi^{-1}(1 - F)), \quad (8.19)$$

$$M = 0,33(1 - 0,5e^{-0,5g})^{-2} (\Phi^{-1}(D) + \Phi^{-1}(1 - F))^2. \quad (8.20)$$

В соответствии с (8.17)–(8.20) на рис. 8.1–8.6 представлены кривые обнаружения и зависимости M от отношения сигнала к шуму для рассматриваемых сигналов.

Из рисунков следует, что при сравнительно небольшом пороговом отношении сигнала к шуму, равном 0 дБ, вероятность правильного обнаружения 0,9 (при вероятностях ложной тревоги 10^{-4} – 10^{-6}) достигается при $M = 80$ – 120 (для быстрофлуктуирующего сигнала) и $M = 60$ – 80 (для нефлуктуирующего сигнала). Вместе с тем, как уже указывалось, в непараметрическом обнаружителе должна быть обеспечена подстройка порога, зависящая от статистических характеристик помехи.

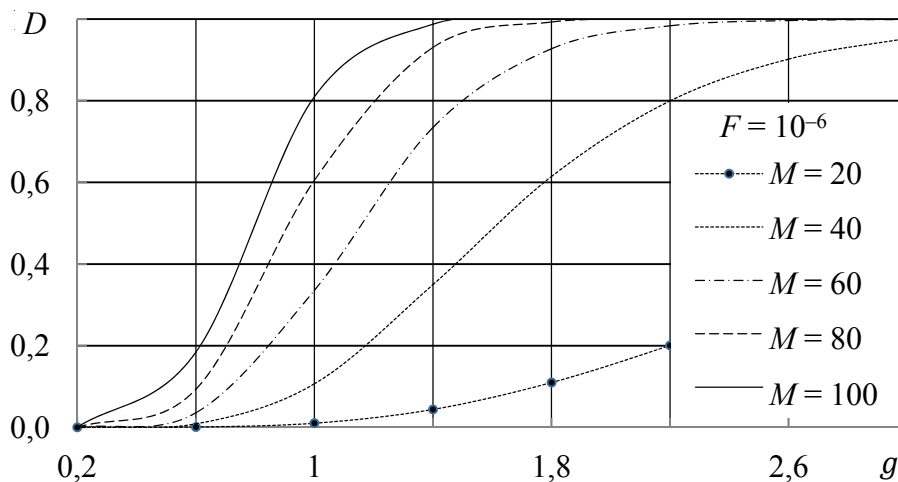


Рис. 8.1. Кривые обнаружения для быстрофлуктуирующего сигнала при $F = 10^{-6}$

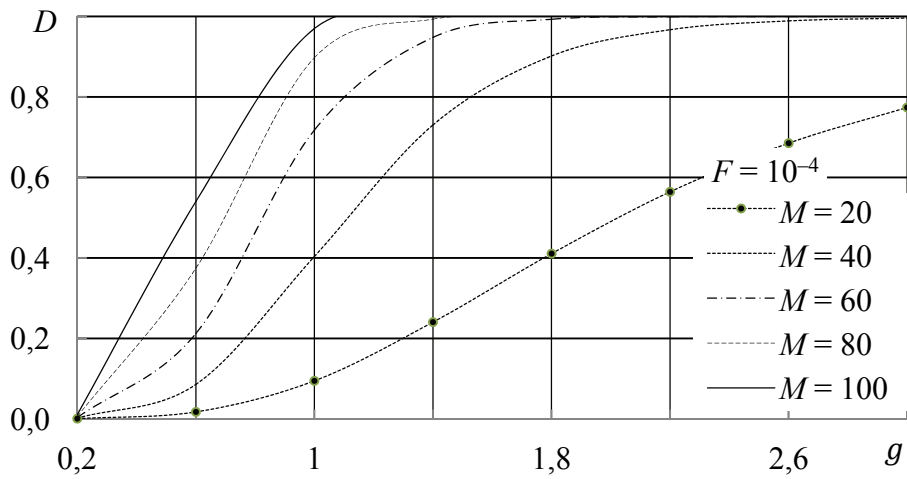


Рис. 8.2. Кривые обнаружения для быстрофлуктуирующего сигнала при $F = 10^{-4}$

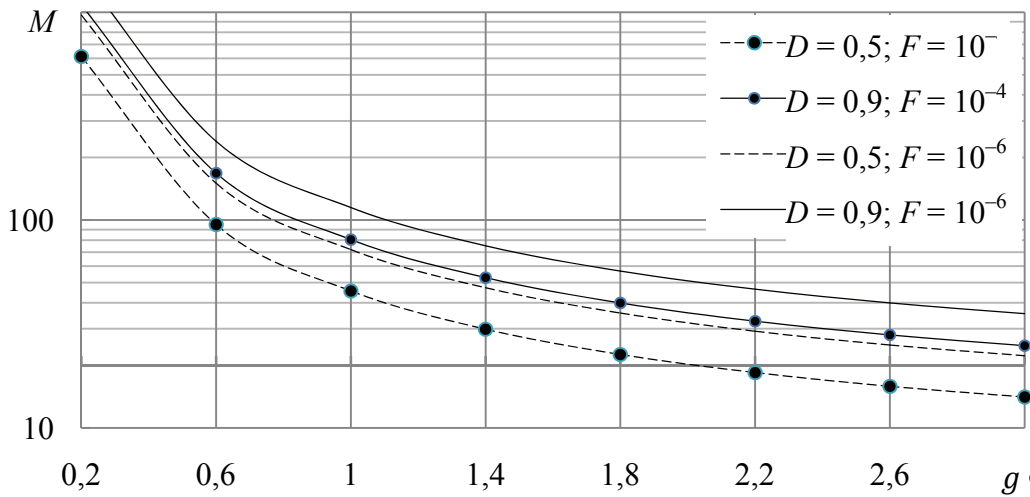


Рис. 8.3. Зависимость M от g для быстрофлуктуирующего сигнала

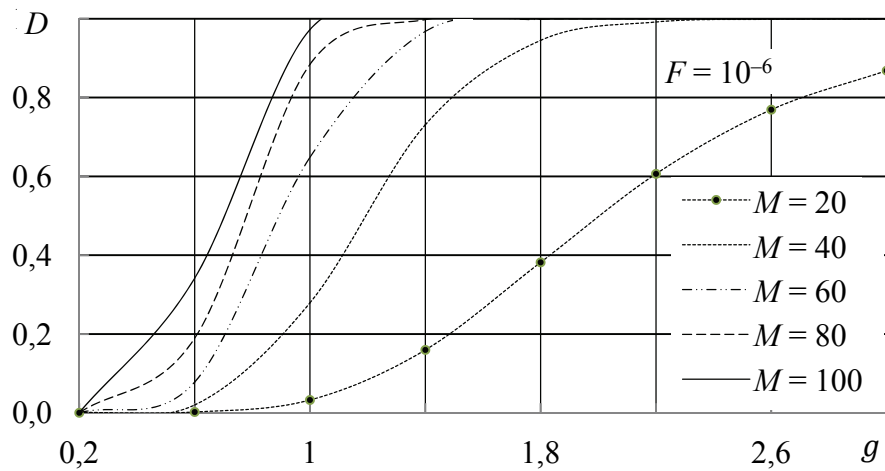


Рис. 8.4. Кривые обнаружения для нефлуктуирующего сигнала при $F = 10^{-6}$

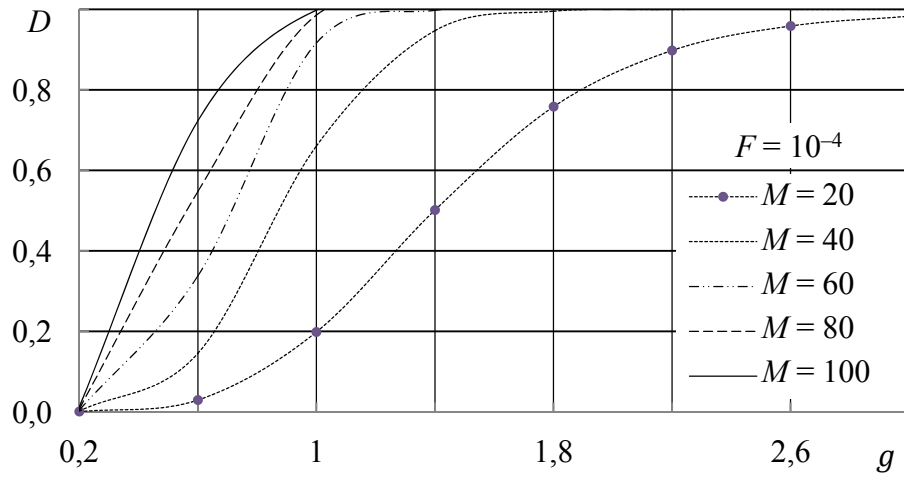


Рис. 8.5. Кривые обнаружения для нефлуктуирующего сигнала при $F = 10^{-4}$

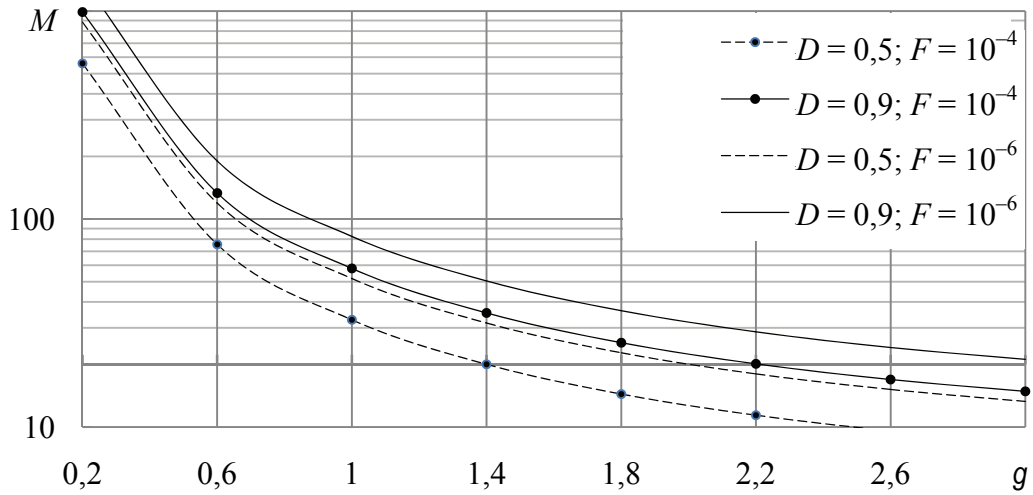


Рис. 8.6. Зависимость M от g для нефлуктуирующего сигнала

Глава 9

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ

Известным достоинством последовательной обработки является уменьшение в среднем времени принятия решения на обнаружение по сравнению с обычными непоследовательными алгоритмами обработки, синтезированными по критерию Неймана – Пирсона. Последовательное непараметрическое обнаружение обеспечивает постоянство вероятности ложной тревоги при изменении статистических характеристик помех.

Получаемые в главе результаты основаны на материалах глав 5 и 7.

Как и ранее, рассмотрим случаи обнаружения быстро- и нефлуктуирующего сигналов с использованием теста Манна – Уитни. В обоих случаях нижний и верхний пороги обнаружения определяются выражениями (5.41) и (5.42) соответственно.

9.1. Показатели качества обнаружения

9.1.1. Случай быстрофлуктуирующего сигнала

Найдем вероятность правильного обнаружения D (5.44) и среднее число шагов $E\{p\}$ (5.46) до принятия решения.

Среднее число сжатых импульсов равно

$$E\{M\} = mE\{p\}. \quad (9.1)$$

Используемое в расчетах «ожидаемое» значение \hat{E}_1 (см. (5.41)–(5.46)) согласно (7.9) определяется выражением

$$\hat{E}_1 = m^2 (1 + \hat{g}) / (2 + \hat{g}), \quad (9.2)$$

где \hat{g} – ожидаемое отношение сигнала к шуму по мощности.

Алгоритм работы последовательного непараметрического обнаружителя описывается выражениями (5.34), (7.6), (3.2), (3.4), (7.9) и (9.2).

Подставляя (9.2), (3.2), (3.3) и (3.4) в (5.39) и (5.45), получаем

$$\mu = -0,75m\hat{g} (4g + \hat{g}(g - 2)) / ((2 + g)(2 + \hat{g})^2), \quad (9.3)$$

$$\varpi_0 = (4g + \hat{g}(g - 2)) / (\hat{g}(2 + g)). \quad (9.4)$$

Тогда вероятность правильного обнаружения (5.44) с учетом (9.4), (5.41) и (5.42) определяется выражением

$$D = \left(1 - \exp(-(\hat{g}(g-2) + 4g)/(\hat{g}(2+g))) \ln((1-\hat{D})/(1-F)) \right) /$$

$$/ \left(\exp(-(\hat{g}(g-2) + 4g)/(\hat{g}(2+g))) \ln(\hat{D}/F) \right) - \quad (9.5)$$

$$- \exp(-(\hat{g}(g-2) + 4g)/(\hat{g}(2+g))) \ln((1-\hat{D})/(1-F)) \Big).$$

Среднее число шагов до принятия решения (5.46) с учетом (9.3), (9.4), (5.41) и (5.42) равно

$$E\{p\} = E\{M\}/m = 4(2+g)(2+\hat{g})^2 \times$$

$$\times \left((e^{-B} - 1) \ln(\hat{D}/F) + (1 - e^{-A}) \ln((1-\hat{D})/(1-F)) \right) / \quad (9.6)$$

$$/ \left(3m\hat{g}(4g + \hat{g}(g-2))(e^{-B} - e^{-A}) \right),$$

где

$$A = (\hat{g}(g-2) + 4g)/(\hat{g}(2+g)) \ln(\hat{D}/F), \quad (9.7)$$

$$B = (\hat{g}(g-2) + 4g)/(\hat{g}(2+g)) \ln((1-\hat{D})/(1-F)). \quad (9.8)$$

Согласно (9.5) и (9.6) на рис. 9.1–9.3 представлены соответственно зависимости вероятности правильного обнаружения, среднего количества шагов и среднего числа импульсов от отношения сигнала к шуму по мощности при $F = 10^{-4}$, $m = 10$, ожидаемых вероятностей правильного обнаружения 0,9 и 0,5, ожидаемых отношений сигнала к шуму 1,0 и 2,0.

Из рисунка 9.1 видно, что $D = \hat{D}$ при $g = \hat{g}$. Это свидетельствует о правильности выполненных расчетов (см. (5.47)).

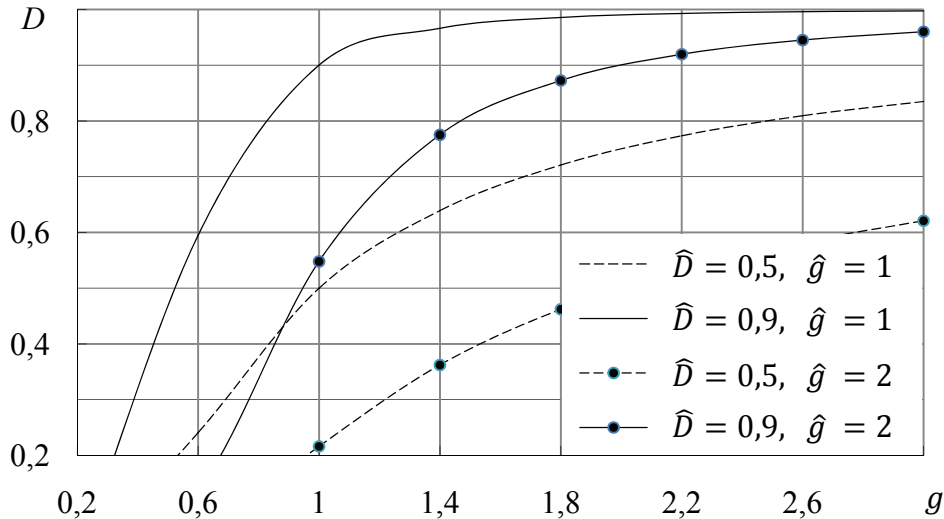


Рис. 9.1. Кривые обнаружения для быstroфлуктуирующего сигнала ($F = 10^{-4}$)

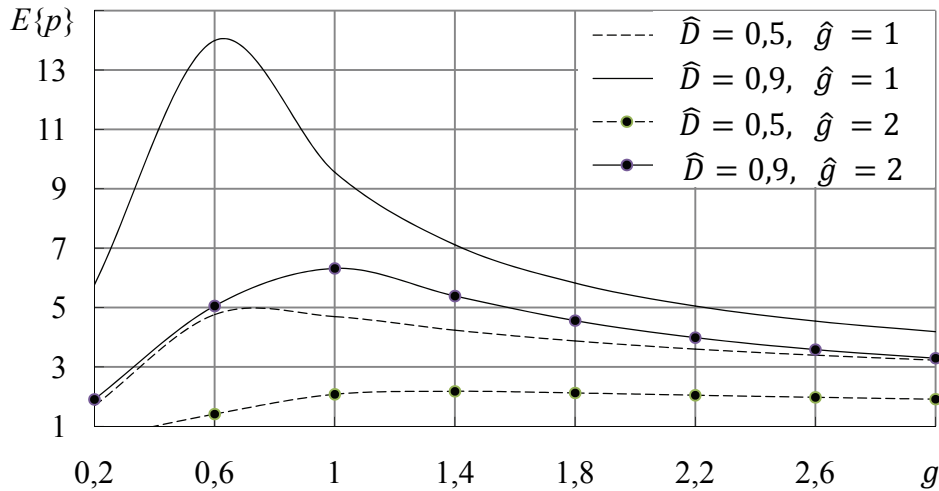


Рис. 9.2. Зависимость среднего числа шагов до принятия решения от отношения сигнала к шуму для быстрофлуктуирующего сигнала ($F = 10^{-4}$, $m = 10$)

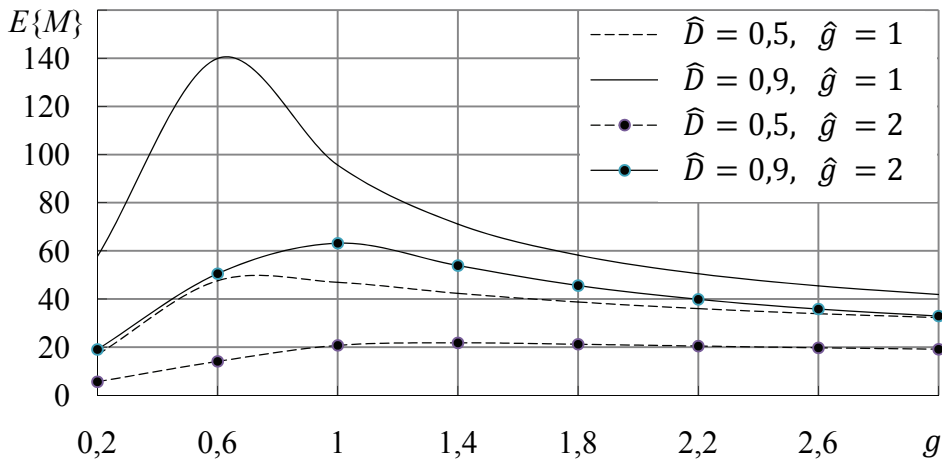


Рис. 9.3. Зависимость среднего количества импульсов до принятия решения от отношения сигнала к шуму для быстрофлуктуирующего сигнала ($F = 10^{-4}$)

Расчеты показывают, что ожидаемые вероятности $\hat{D} = 0,5$ и $0,9$ достигаются соответственно при $E\{M\} = 47$ ($g = \hat{g} = 1$), $E\{M\} = 21$ ($g = \hat{g} = 2$) и при $E\{M\} = 96$ ($g = \hat{g} = 1$), $E\{M\} = 42$ ($g = \hat{g} = 2$).

Для сопоставления последовательного и обычного непараметрического обнаружителей рассмотрим отношение $M / E\{M\}$ (относительная эффективность) при $F = 10^{-4}$, $g = 2,0$ и $1,0$. Эта величина составляет $1,1-1,9$ (при $D = \hat{D} = 0,5$, $\hat{g} = 1$), $1,9-4,4$ (при $D = \hat{D} = 0,5$, $\hat{g} = 2$), $1,3-1,7$ (при $D = \hat{D} = 0,9$, $\hat{g} = 1$), $1,7-2,6$ (при $D = \hat{D} = 0,9$, $\hat{g} = 2$). Таким образом, в среднем последовательный обнаружитель эффективнее обычного. Как и следовало ожидать, его относительная эффективность возрастает с уменьшением отношения сигнала к шуму.

9.1.2. Случай нефлуктуирующего сигнала

Ожидаемое значение \hat{E}_1 в соответствии с (7.22) равно:

$$\hat{E}_1 = m^2(1 - 0,5e^{-0,5\hat{g}}). \quad (9.9)$$

Алгоритм работы последовательного обнаружителя определяется выражениями (5.34), (7.6), (3.2), (3.4), (7.22) и (9.9). Подставляя (9.9), (3.2), (3.4), (7.22) в (5.39) и (5.45), получаем

$$\mu = -0,75m(1 - e^{-0,5\hat{g}})(1 - 2e^{-0,5g} + e^{-0,5\hat{g}}), \quad (9.10)$$

$$\varpi_0 = (1 - 2e^{-0,5g} + e^{-0,5\hat{g}})/(1 - 0,5e^{-0,5\hat{g}}). \quad (9.11)$$

Тогда вероятность правильного обнаружения (5.44) с учетом (9.11), (5.41) и (5.42) записывается в виде

$$D = (1 - \exp(-(1 - 2e^{-0,5g} + e^{-0,5\hat{g}})/(1 - e^{-0,5\hat{g}})) \times \\ \times \ln((1 - \hat{D})/(1 - F))) / \\ (9.12) \\ / \left(\exp\left(-\frac{(1 - 2e^{-0,5g} + e^{-0,5\hat{g}})}{(1 - e^{-0,5\hat{g}})} \ln(\hat{D}/F)\right) - \right. \\ \left. - \exp\left(-\frac{(1 - 2e^{-0,5g} + e^{-0,5\hat{g}})}{(1 - e^{-0,5\hat{g}})} \ln((1 - \hat{D})/(1 - F))\right) \right).$$

Среднее число шагов до принятия решения (5.46), вычисляемое с помощью (9.10), (9.11), (5.41) и (5.42), определяется выражением

$$E\{p\} = \left((e^{-B_1} - 1) \ln(\hat{D}/F) + (1 - e^{-A_1}) \ln((1 - \hat{D})/(1 - F)) \right) / \\ (9.13) \\ / \left(0,75m(1 - e^{-0,5\hat{g}})(1 - 2e^{-0,5g} + e^{-0,5\hat{g}})(e^{-B_1} - e^{-A_1}) \right),$$

где

$$A_1 = (1 - 2e^{-0,5g} + e^{-0,5\hat{g}})/(1 - e^{-0,5\hat{g}}) \ln(\hat{D}/F), \quad (9.14)$$

$$B_1 = (1 - 2e^{-0,5g} + e^{-0,5\hat{g}})/(1 - e^{-0,5\hat{g}}) \ln((1 - \hat{D})/(1 - F)). \quad (9.15)$$

Согласно (9.12) и (9.13) на рис. 9.4–9.6 представлены соответственно зависимости вероятности правильного обнаружения и среднего числа импульсов от отношения сигнала к шуму по мощности при $F = 10^{-4}$, $m = 10$, ожидаемых вероятностях правильного обнаружения 0,9 и 0,5, ожидаемых отношениях сигнала к шуму 1,0 и 2,0.

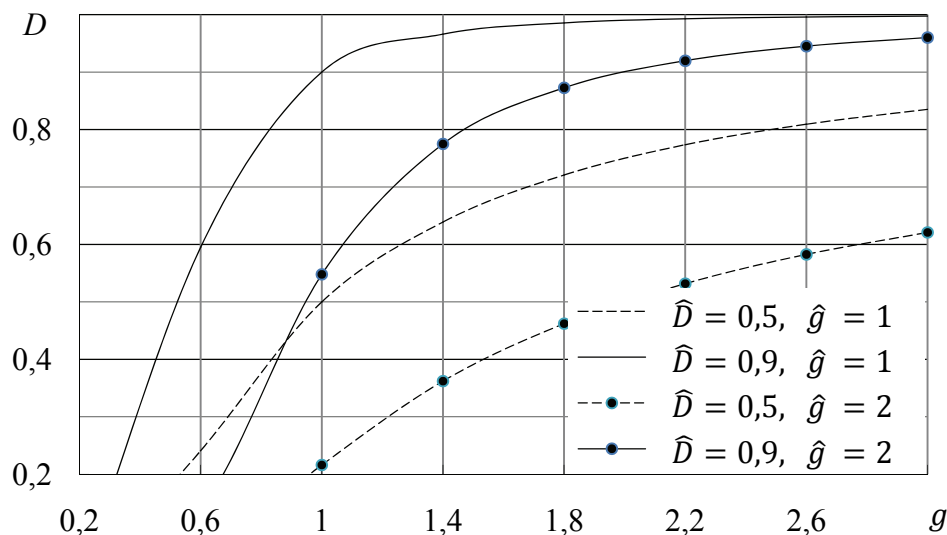


Рис. 9.4. Кривые обнаружения для нефлуктуирующего сигнала ($F = 10^{-4}$)

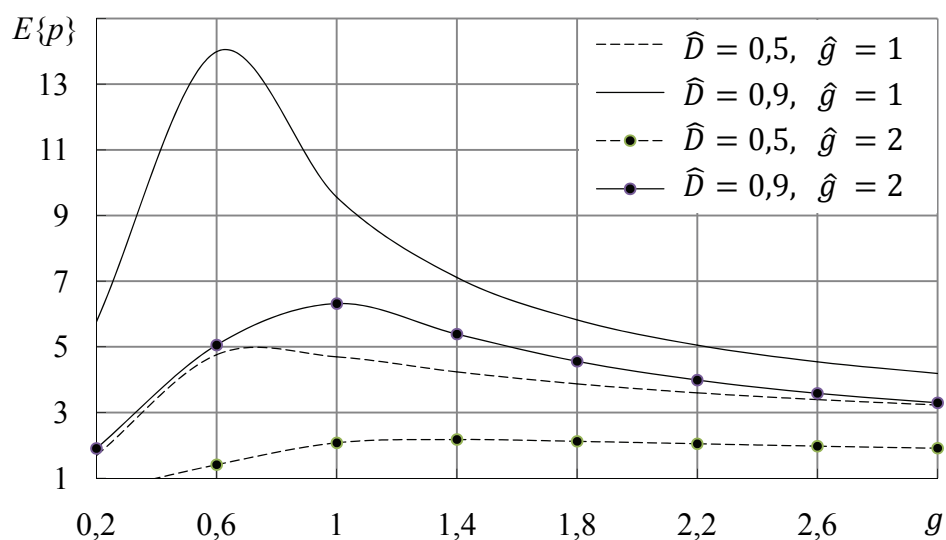


Рис. 9.5. Зависимость среднего числа шагов до принятия решения от отношения сигнала к шуму для нефлуктуирующего сигнала ($F = 10^{-4}$, $m = 10$)

Из рисунка 9.6 следует, что $D = \hat{D}$ при $g = \hat{g}$. Это свидетельствует о правильности выполненных расчетов (см. (5.47)).

Расчеты показывают, что ожидаемые вероятности 0,5 и 0,9 достигаются соответственно при $E\{M\} = 34$ ($g = \hat{g} = 1$), $E\{M\} = 13$ ($g = \hat{g} = 2$) и при $E\{M\} = 69$ ($g = \hat{g} = 1$), $E\{M\} = 27$ ($g = \hat{g} = 2$).

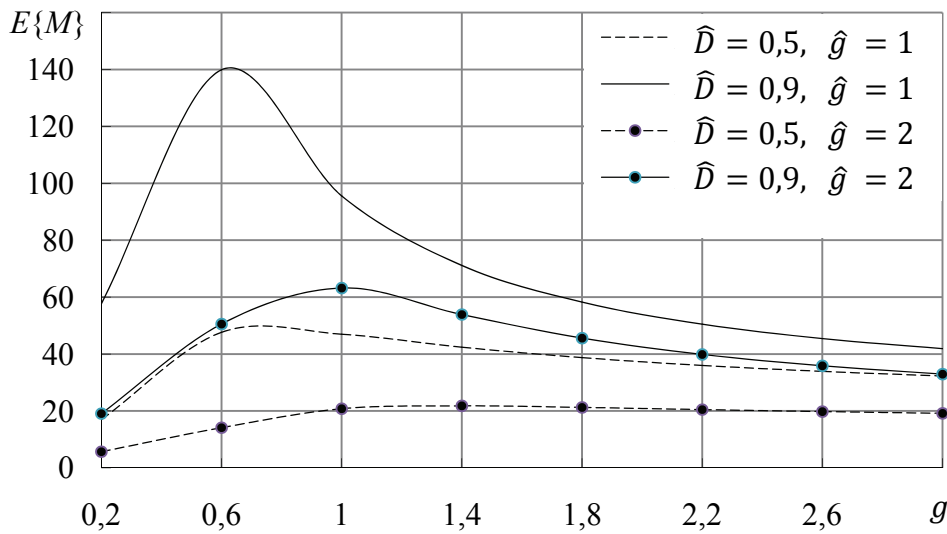


Рис. 9.6. Зависимость среднего количества импульсов до принятия решения от отношения сигнала к шуму для нефлуктуирующего сигнала ($F = 10^{-4}$)

Как и ранее, для сопоставления последовательного и обычного непараметрического обнаружителей рассмотрим отношение $M / E\{M\}$ (относительная эффективность) при $F = 10^{-4}$, $g = 2,0$ и $1,0$. Эта величина составляет 1,0–1,9 (при $D = \hat{D} = 0,5, \hat{g} = 1$), 1,9–5,3 (при $D = \hat{D} = 0,5, \hat{g} = 2$), 1,3–1,7 (при $D = \hat{D} = 0,9, \hat{g} = 1$), 1,7–2,9 (при $D = \hat{D} = 0,9, \hat{g} = 2$). Таким образом, и в этом случае последовательный обнаружитель в среднем эффективнее обычного, и его относительная эффективность возрастает с уменьшением отношения сигнала к шуму.

9.2. Сравнение случаев обнаружения быстрофлуктуирующего и нефлуктуирующего сигналов

Сравнение случаев обнаружения быстрофлуктуирующего и нефлуктуирующего сигналов (далее – БФЛ и НФЛ) проведем по значениям D и $E\{M\}$ для $\hat{D} = 0,5$ (рис. 9.7 и 9.8) и $0,9$ (рис. 9.9 и 9.10) при $\hat{g} = 1$ и 2 .

Из рисунков 9.7 и 9.9 видно, что достигаемые вероятности правильного обнаружения отличаются незначительно. Причем при $g = \hat{g}$, как ранее указывалось, они равны. При $g < \hat{g}$ вероятность правильного обнаружения быстрофлуктуирующего сигнала несколько больше нефлуктуирующего сигнала. При $g > \hat{g}$ имеет место обратное. Такое соотношение указанных вероятностей достигается за счет того, что при одинако-

вых условиях среднее количество импульсов при обработке быстрофлуктуирующего сигнала больше, чем при обработке нефлуктуирующего сигнала (рис. 9.8 и 9.10): соотношение этих величин составляет 1,4–1,6 ($\hat{g} = 1$) и 1,6–1,7 ($\hat{g} = 2$).

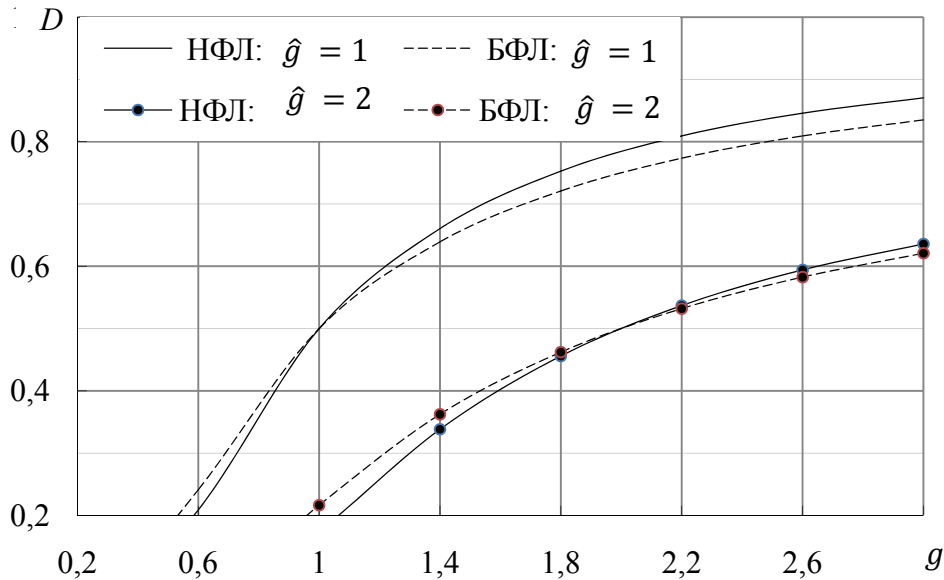


Рис. 9.7. Кривые обнаружения для быстрофлуктуирующего и нефлуктуирующего сигналов ($\hat{D} = 0,5, F = 10^{-4}$)

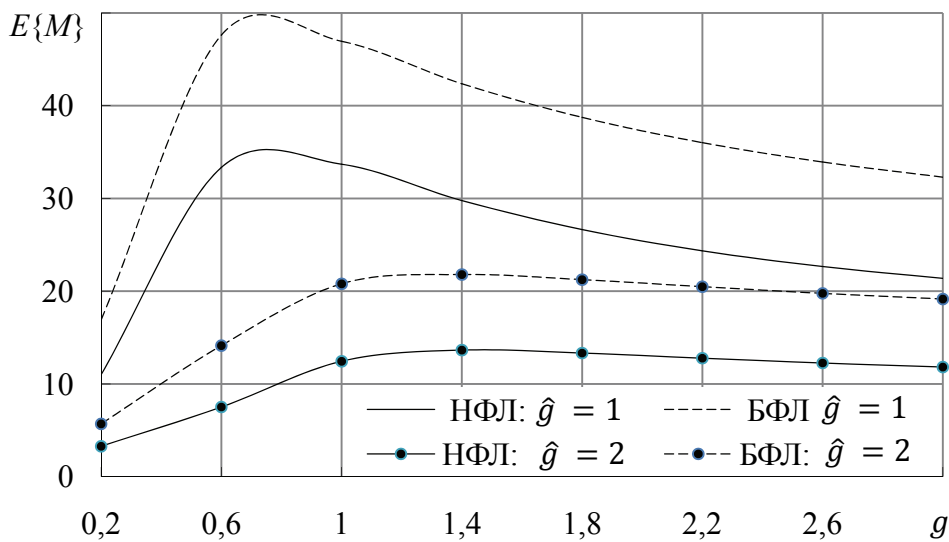


Рис. 9.8. Зависимость среднего количества импульсов до принятия решения от отношения сигнала к шуму для быстрофлуктуирующего и нефлуктуирующего сигналов ($\hat{D} = 0,5, F = 10^{-4}$)

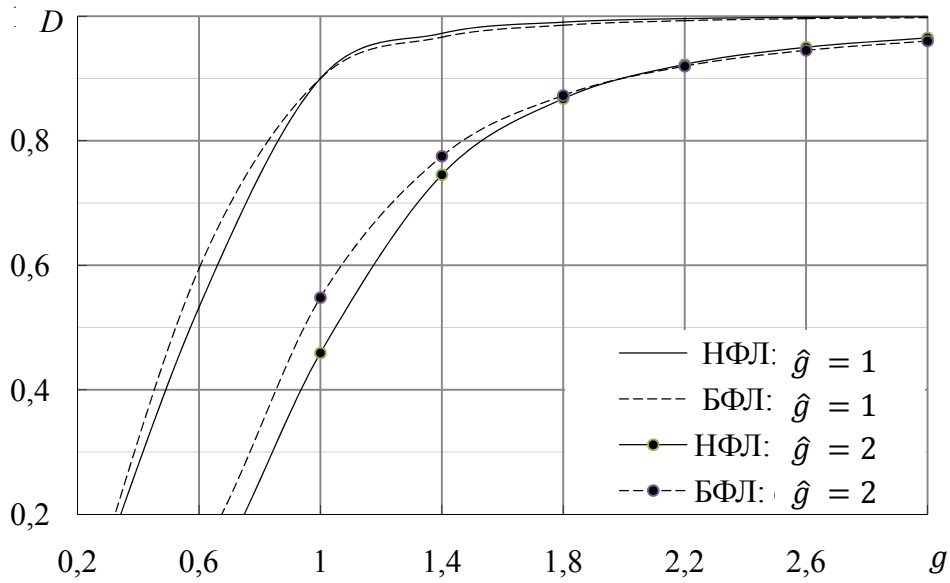


Рис. 9.9. Кривые обнаружения для быстрофлуктуирующего и нефлуктуирующего сигналов ($\hat{D} = 0,9, F = 10^{-4}$)

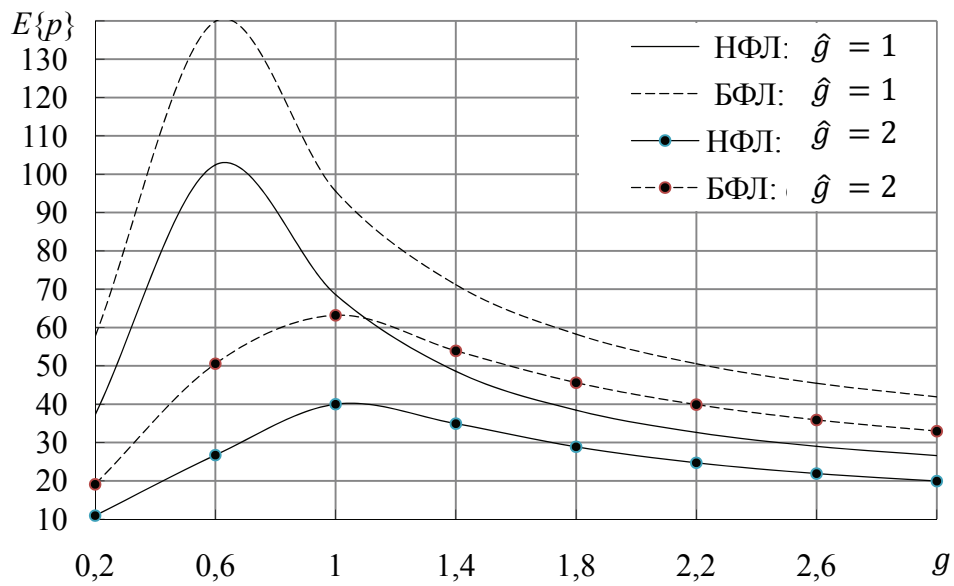


Рис. 9.10. Зависимость среднего количества импульсов до принятия решения от отношения сигнала к шуму для быстрофлуктуирующего и нефлуктуирующего сигналов ($\hat{D} = 0,9, F = 10^{-4}$)

Глава 10

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ МНОГОЧАСТОТНОГО РАДИОЛОКАЦИОННОГО СИГНАЛА

Развитию многочастотной радиолокации, начиная с 60-х гг. XX в., уделяется достаточно большое внимание [4, 8, 9]. Это обусловлено тем, что многочастотное зондирование пространства позволяет улучшить целый ряд характеристик РЛС (например, увеличить дальность действия, расширить зону обзора, повысить помехозащищенность, надежность и др.).

Схема оптимальной обработки многочастотного сигнала известна, как и то, что сложность ее реализации заставляет обращаться к более простым схемам обработки [1–4]. Эти схемы имеют общий недостаток: при изменении характеристик внутреннего шума и внешних помех не обеспечивается стабильность условной вероятности ложной тревоги, что приводит к известным отрицательным последствиям [7].

В данной главе используются материалы глав 3 и 5. В ней рассматривается десятичастотный непараметрический обнаружитель, построенный на базе двухвыборочного рангового теста Манна – Уитни, обеспечивающего стабильность вероятности ложной тревоги.

Прежде всего обратимся к модели сигнала и шума и кратко – к его оптимальному обнаружению.

10.1. Модель сигнала и шума. Об оптимальном обнаружении многочастотного сигнала

Зондирующий многочастотный сигнал имеет вид последовательности импульсов с различными несущими частотами и одинаковыми законами модуляции. Одно из важных условий применения многочастотного сигнала в радиолокации состоит в независимости отраженных от цели сигналов различных частот. Отраженные сигналы являются статистически независимыми, если длина волны, соответствующая разносу частот импульсов, мала по сравнению с радиальной протяженностью цели. Кроме того, нет взаимного перекрытия спектров модуляции различных частот [1].

Количество импульсов, принимаемых от цели в каждом цикле обзора, обычно исчисляется десятками [4, 5]. В этих условиях последовательность принятых от цели импульсов будет состоять из нескольких групп импульсов с разными частотами заполнения. При равномерном чередо-

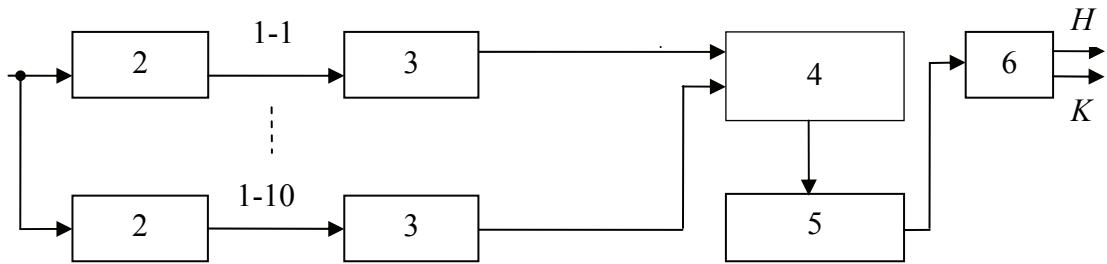


Рис. 10.1

вании рабочих частот РЛС и количестве принимаемых за один цикл импульсов, кратном числу рабочих частот, количественный состав групп импульсов будет одинаковым.

В рассматриваемом далее случае имеем p -групп импульсов, каждая из которых состоит из $m = 10$ импульсов. Условие независимости сигналов всех частотных каналов выполняется. Количество импульсов, принимаемых от цели в каждом цикле обзора, может быть больше $M = 10p$, по которым принимается решение: «цель есть» или «цели нет». Оптимальное обнаружение такой последовательности импульсов (рис. 10.1) состоит в оптимальной обработке каждой в отдельности p -групп десятичастотных импульсов (это выполняют параллельные частотные каналы 1-1–1-10, каждый из которых состоит из последовательно подключенных частотных фильтров 2, квадратичных детекторов 3, и межканальный сумматор 4), некогерентном накоплении $p = M / 10$ видеоимпульсов – результатов этой обработки (в межпериодном сумматоре 5) и сравнении с порогом обнаружения (в пороговом устройстве 6) [1, 2]. При превышении порога принимается решение K о наличии сигнала, в противном случае – H об его отсутствии. Условная вероятность ложной тревоги F зависит от выбора порога: чем ниже порог, тем выше F . Значение порога выбирается по допустимому уровню F согласно критерию Неймана – Пирсона [2].

Плотность вероятности квадрата каждой из амплитуд независимо флюктуирующих сигналов распределена по экспоненциальному закону как при отсутствии сигнала – $f_1(\eta)$, так и при его наличии – $f_2(\eta)$ [1]:

$$f_1(\eta) = 0,5 \exp(-0,5\eta), \eta \geq 0, \quad (10.1)$$

$$f_2(\eta) = 0,5/(1 + g^2/2) \exp(-0,5\eta/(1 + g^2/2)),$$

где $g^2/2$ – отношение сигнала к шуму по мощности для одного импульса.

Вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги m -частотного сигнала определяются следующими выражениями, которые будут далее использованы для сопоставления оптимального и рангового обнаружителей [1]:

$$D = \exp(-0,5c/(1 + 0,5g^2)) \sum_{i=1}^m (0,5c/(1 + 0,5g^2))^{i-1} / (i - 1)!, \quad (10.2)$$

$$F = \exp(-0,5c) \sum_{i=1}^m (0,5c)^{i-1} / (i - 1)!, \quad (10.3)$$

где c – порог обнаружения (задается в единицах дисперсии шума).

Ранее отмечалось, если расчетные допущения относительно интенсивности шума не выполняются, то оптимальный (параметрический) обнаружитель может быть полностью неэффективным: частота ложных тревог слишком высока [7]. Например, оценка изменения вероятности F для одного десятичастотного сигнала с помощью (10.3) показывает следующее: заметим, что при увеличении интенсивности шума для стабилизации F порог надо поднимать. Это не делается. Поэтому F возрастает. В формуле (10.3) это эквивалентно уменьшению порога. При заданной вероятности $F = 10^{-7}$ неконтролируемое увеличение интенсивности шума на 5–20 % может привести к увеличению вероятности F от 3,8 до 190 раз, т. е. более чем на два порядка. Это является существенным недостатком оптимального обнаружителя. Если осуществляется подстройка порога с использованием оценки мощности шума, то погрешности оценки могут привести к указанным выше последствиям.

Для построения рангового обнаружителя необходимо выбрать количество частот зондирующего сигнала. Известно [1, 4], что выбор числа рабочих частот и величины их разнеса являются одним из наиболее важных вопросов при проектировании многочастотных РЛС. С одной стороны, слишком малое число частот или недостаточный их разнос не позволяют добиться необходимого сглаживания флюктуации отраженного сигнала. В результате возможности многочастотной радиолокации целей реализуются в неполной мере. С другой стороны, слишком большое число рабочих частот может оказаться причиной значительного усложнения конструкции, увеличения габаритов и веса РЛС, а при определенных условиях, кроме того, – причиной снижения эффективности многочастотной работы.

Близкий к максимальному выигрыш в пороговом отношении сигнала к шуму (а следовательно, и в дальности обнаружения) при многочастотной работе, по сравнению с одночастотной, можно получить при сравнительно небольшом числе рабочих частот $m = 2-4$ [1, 2]. Количество частот, при котором выигрыш максимален, зависит от вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги. Так, при $F = 10^{-8}$ и $D = 0,9$ имеем $m = 10$ [1]. Известен пример использования такого количества рабочих частот: десятичастотная РЛС с перестройкой частоты от импульса к импульсу обнаружения целей [6]. Для дальнейшего рассмотрения принято $m = 10$, тем более что оно совпадает с решением рассмотренной задачи непараметрического обнаружения сигналов (см. гл. 5).

10.2. Структурная схема десятичастотного непараметрического обнаружителя

Рассмотрим последетекторный десятичастотный непараметрический обнаружитель, в котором, как и при одночастотном обнаружении, вычисляется «скользящая» сумма (5.4)

$$S_l^n(j) = \sum_{i=j-p/2+1}^{j+p/2} S_{li}^L, \quad (10.4)$$

где $j = p/2, \dots, P - p/2$; $n = PL$,

и используется статистика двухвыборочного теста Манна – Уитни

$$S_{li}^L = \sum_{j=1}^{10} \sum_{k=1}^{10} h(\eta_{1ij} - \eta_{2ik}). \quad (10.5)$$

Поскольку тест Манна – Уитни является двухвыборочным, то в многочастотном ранговом обнаружителе надо иметь два канала обработки после квадратичных детекторов каждого частотного канала. Для этого к выходу квадратичных детекторов подключаются стробирующие каскады с двумя выходами. На выходах стробирующих каскадов наблюдаются видеоимпульсы от элементов разрешения по дальности, в одном из них – чистый шум, в другом – смесь сигнала с шумом. Последовательности амплитуд выходных видеоимпульсов стробирующих каскадов являются элементами выборок, которые анализируются непараметрическим обнаружителем в соответствии с выбранным тестом Манна – Уитни. С учетом изложенного структурная схема десятичастотного непараметрического обнаружителя имеет вид, представленный на рис. 10.2 (1-1-1-10 – частотные каналы; 2 – частотные фильтры; 3 – квадратичные детекторы; 4 – стробирующие каскады; 5 – блок вычисления статистики теста Манна – Уитни; 6 – сумматор; 7, 8 – пороговые схемы).

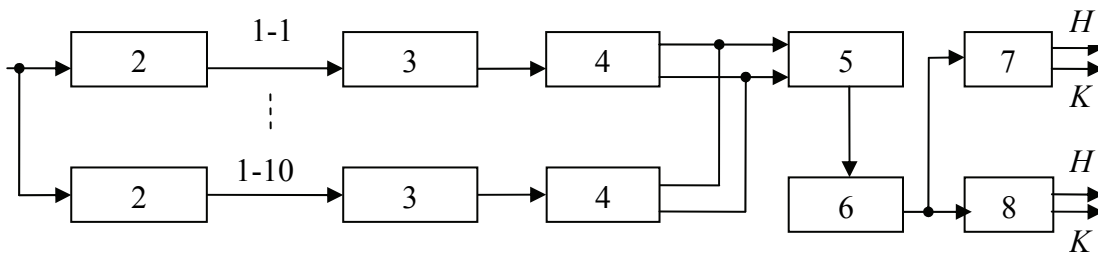


Рис. 10.2. Структурная схема десятичастотного непараметрического обнаружителя

Наличие двух пороговых схем обусловлено тем, что отраженный сигнал может присутствовать в одном из двух выходов стробирующих каскадов. Значения порогов обнаружения согласно (5.8) и (3.8), (3.9) определяются выражением

$$c_{1.2} = pE_0 \pm \sqrt{pV_0} \Phi^{-1}(1 - F/2) = p m^2/2 \pm \pm \sqrt{pm^3/6} \Phi^{-1}(1 - F/2). \quad (10.6)$$

Пороговое устройство 7 или 8 вырабатывает решение K о наличии сигнала, если соответственно $S > c_1$ или $S < c_2$. Если $S < c_1$ или $S > c_2$ – решение H об отсутствии сигнала. Использование двух порогов позволяет определить, в каком элементе разрешения РЛС по дальности имеется цель. Значения порогов (10.6) не зависят от интенсивности шума, обеспечивая тем самым стабильный уровень условной вероятности ложной тревоги.

10.3. Показатели качества обнаружения

Используя известные выражения для математического ожидания и дисперсии статистики (10.4) при наличии и отсутствии сигнала, а также принятую модель сигнала и шума (10.1), получаем

$$E_1 = m^2 (1 + g^2/2)/(2 + g^2/2), \quad (10.7)$$

$$V_1 = m^2 (1 + g^2/2)/(2 + g^2/2)^2 ((m - 1)(2(1 + g^2/2) + (2 + g^2/2)^2)/(2(3 + g^2/2)(1,5 + g^2/2)) + 1). \quad (10.8)$$

Подставляя (10.7), (10.8), (3.8) и (3.9) в (5.15), имеем при $m \gg 1$ (дисперсии при гипотезе и альтернативе разные)

$$D = \Phi((\sqrt{p/V_0} \Delta E - \Phi^{-1}(1 - 0,5F))\sqrt{V_0/V_1}) = \\ = \Phi\{(0,5\sqrt{M}g^2/2 - 0,4(2 + g^2/2) \Phi^{-1}(1 - 0,5F))/((1 + g^2/2) \times \\ \times (1 + g^2/2 + 0,5(2 + g^2/2)^2)/((3 + g^2/2)(1,5 + g^2/2)))\}^{0,5}. \quad (10.9)$$

Отсюда требуемое количество импульсов равно

$$M = 4/(g^2/2)^2 \{[(1 + g^2/2) (1 + g^2/2 + 0,5(2 + g^2/2)^2) / \\ /((3 + g^2/2)(1,5 + g^2/2))]^{0,5} \Phi^{-1}(D) + \sqrt{1/6} (1 + g^2/2)\Phi^{-1}(1 - F)\}^2. \quad (10.10)$$

Вычисления по (10.9) представлены на рис. 10.3–10.5 кривыми обнаружения.

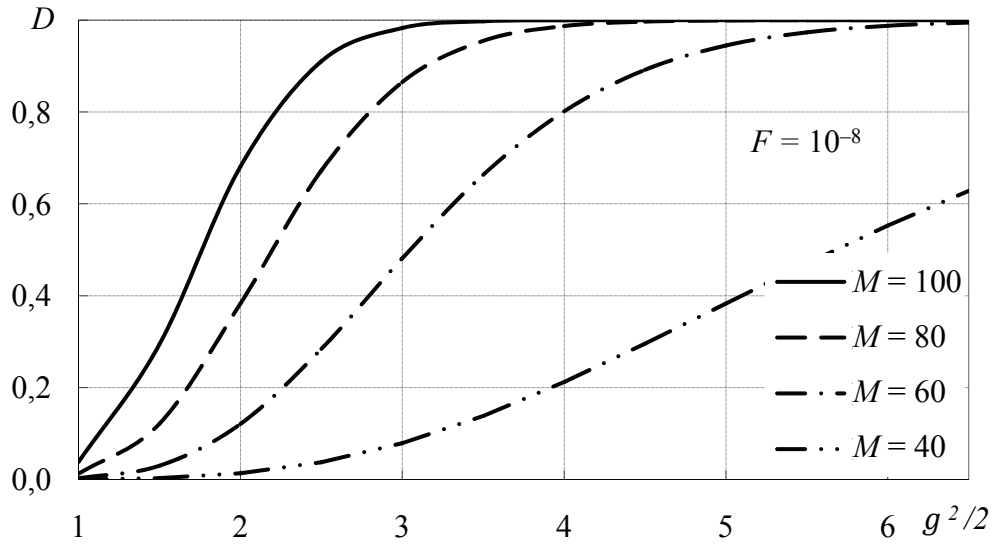


Рис. 10.3. Кривые обнаружения для десятичастотного сигнала

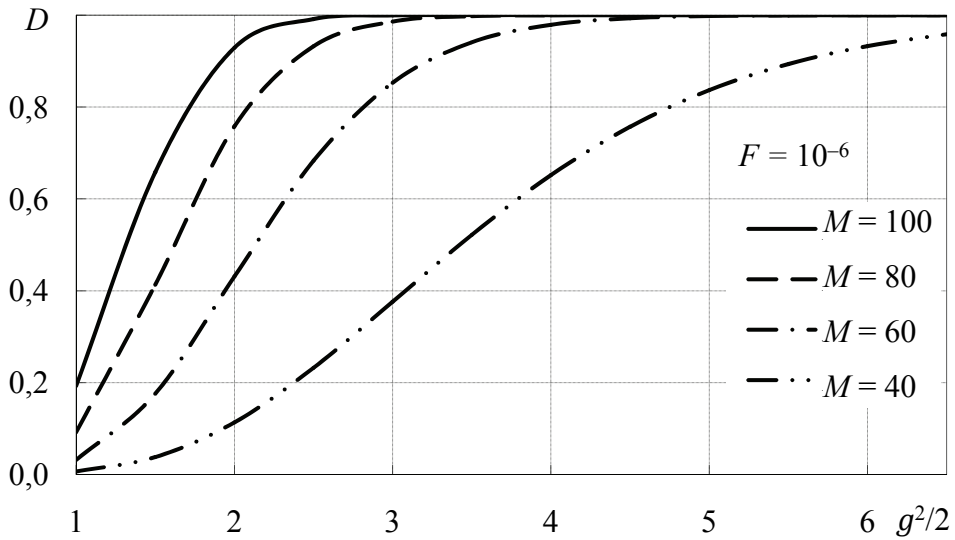


Рис. 10.4. Кривые обнаружения для десятичастотного сигнала

Получим показатели качества обнаружения в случае допущения равенства дисперсий статистики при гипотезе и альтернативе (5.14)

$$D = \Phi(\sqrt{p/V_0} \Delta E - \Phi^{-1}(1 - 0,5F)) = \tag{10.11}$$

$$= \Phi\{\sqrt{1,5M/(1 + 2/(g^2/2))} - \Phi^{-1}(1 - 0,5F)\}.$$

Откуда следуют

$$M = 0,67\{(1 + 2/(g^2/2)) [\Phi^{-1}(D) + \Phi^{-1}(1 - 0,5F)]\}^2 \tag{10.12}$$

и простая зависимость требуемого отношения сигнал/шум от задаваемых вероятностей правильного обнаружения, ложной тревоги и количества импульсов

$$g^2/2 = 2 / \left(\sqrt{1,5M} / (\Phi^{-1}\{D\} + \Phi^{-1}\{1 - 0,5F\}) - 1 \right). \quad (10.13)$$

Выражение (10.13) удобно использовать для определения M , при котором наблюдается существенное увеличение отношения сигнал/шум (если это имеет место).

Обратим внимание на то обстоятельство, что в (10.13) выражение $\sqrt{1,5M} / (\Phi^{-1}\{D\} + \Phi^{-1}\{1 - 0,5F\})$ должно быть больше единицы, иначе в знаменателе получается отрицательное число, в то время как отношение сигнал/шум всегда должно быть положительным. Приведенное условие определяет границу применения гауссова приближения статистики используемого критерия и допущения равенства дисперсий при гипотезе и альтернативе. Из этого условия следует, что нижняя граница количества импульсов, при котором (10.13) можно применять, определяется неравенством

$$M > (\Phi^{-1}\{D\} + \Phi^{-1}\{1 - 0,5F\})^2 / 1,5. \quad (10.14)$$

Вычисления вероятности правильного обнаружения по (10.11) и сопоставление их с точными по формуле (10.9) показывают (рис. 10.6; линии с точками – приближенные расчеты, $M = 100$ – сплошные линии, $M = 80$ – пунктирные линии, $M = 60$ – штрихпунктирные линии, $M = 40$ – штрихпунктирные линии с двумя точками), что для практически интересного диапазона вероятностей правильного обнаружения (больших 0,5)

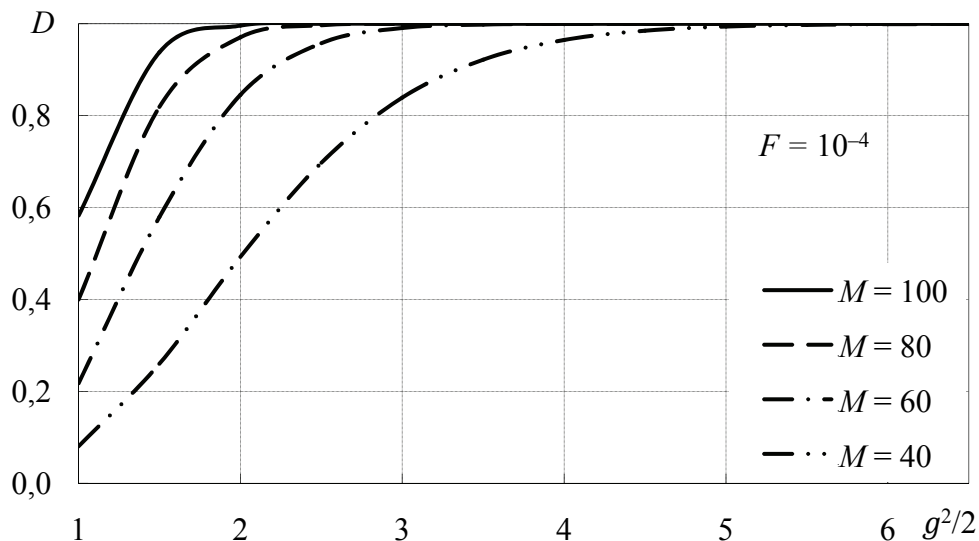


Рис. 10.5. Кривые обнаружения для десятичастотного сигнала

расчеты по (10.11) не завышены и погрешность расчетов не превышает 10 %. С увеличением количества импульсов погрешность расчетов уменьшается. Это позволяет применить выражение (10.13) для оценки зависимости требуемого отношения сигнал/шум при заданных вероятностях правильного обнаружения, ложной тревоги и количестве импульсов (рис. 10.7–10.9).

Используя (10.13), можно определить значения M , при которых наблюдается значительное увеличение требуемого отношения сигнал/шум. Производная отношения сигнал/шум по M равна

$$(g^2/2)' = -\sqrt{1,5}/((\Phi^{-1}\{D\} + \Phi^{-1}\{1 - 0,5F\})\sqrt{M}(\sqrt{1,5M} / ((\Phi^{-1}\{D\} + \Phi^{-1}\{1 - 0,5F\}) - 1)^2)). \quad (10.15)$$

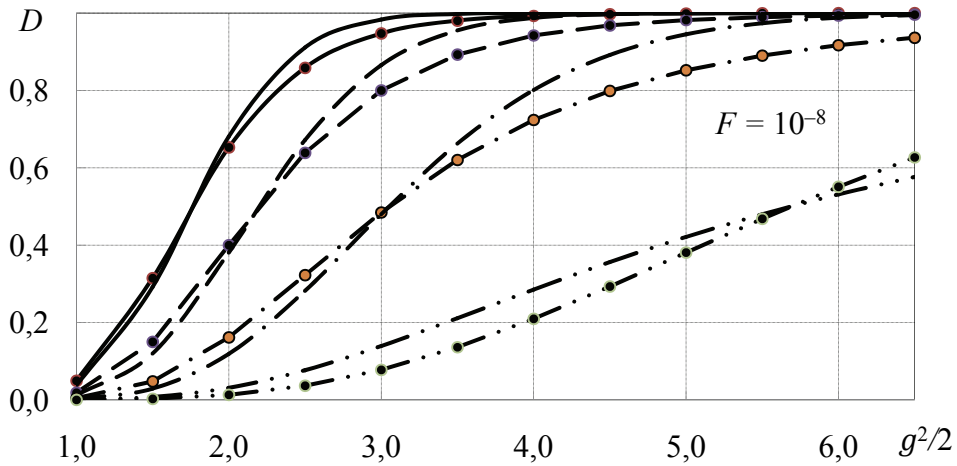


Рис. 10.6. К сравнению расчетов кривых обнаружения для десятичастотного сигнала при $V_1 \neq V_0$ и $V_1 = V_0$

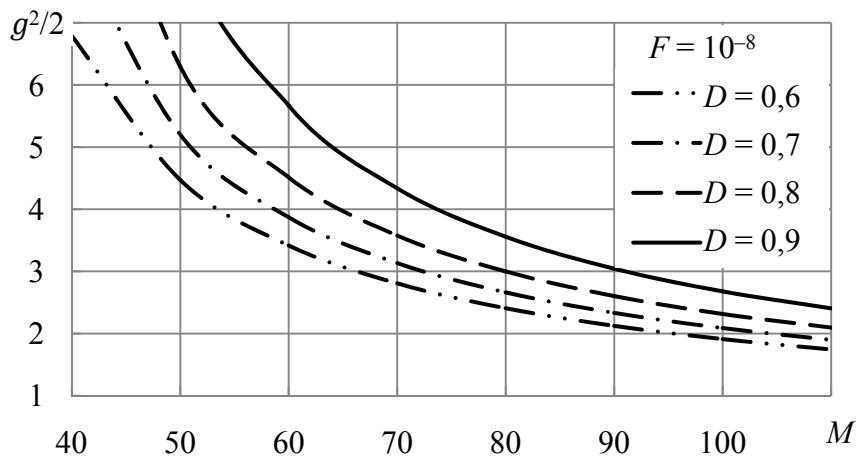


Рис. 10.7. Зависимость $g^2/2$ от M для десятичастотного сигнала

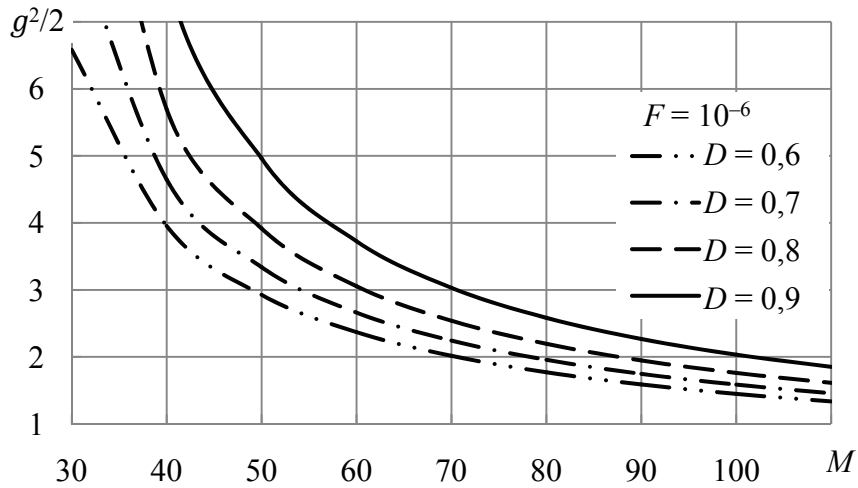


Рис. 10.8. Зависимость $g^2/2$ от M для десятичастотного сигнала

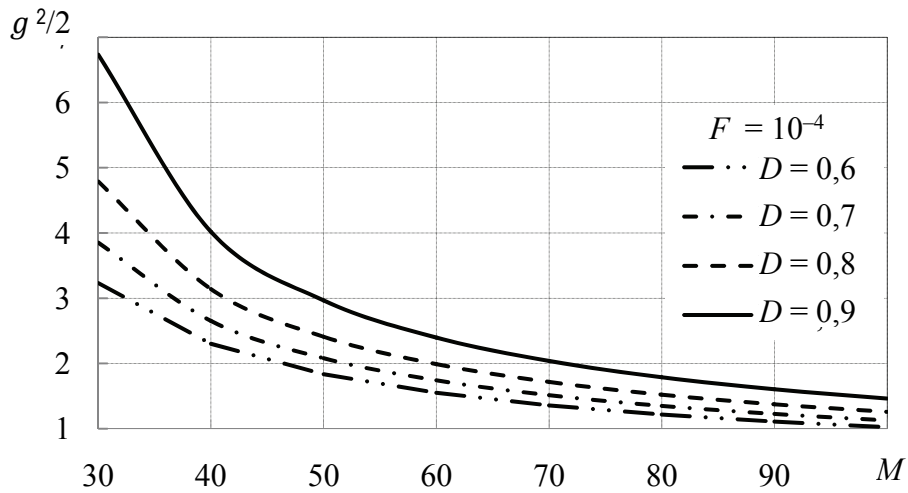


Рис. 10.9. Зависимость $g^2/2$ от M для десятичастотного сигнала

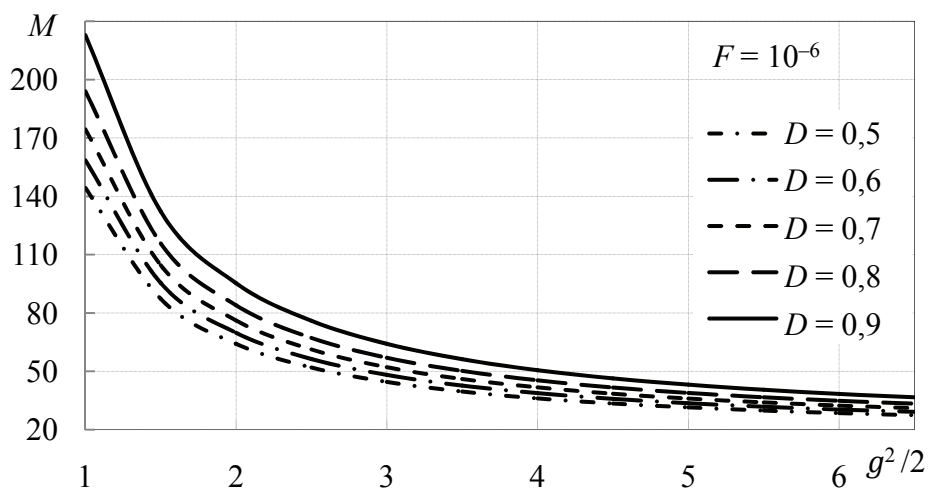


Рис. 10.10. Зависимость M от $g^2/2$ для десятичастотного сигнала

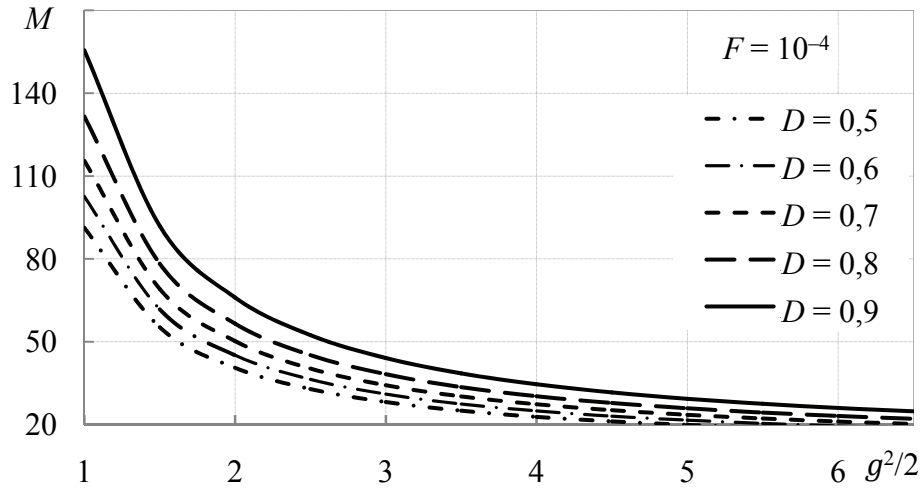


Рис. 10.11. Зависимость M от $g^2/2$ для десятичастотного сигнала

Из (10.15) и анализа рис. 10.7–10.9 следует, что наиболее существенное увеличение требуемого отношения сигнал/шум имеет место для $F = 10^{-8}$ при $M < 60$, для $F = 10^{-6}$ при $M < 50$ и для $F = 10^{-4}$ при $M < 40$.

Практический интерес представляют построенные согласно (10.12) зависимости количества импульсов от отношения сигнал/шум для различных вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги (рис. 10.10–10.13).

Из анализа рисунков следует:

1. Для достижения высоких показателей качества обнаружения ($D = 0,8–0,9$; $F = 10^{-8}$) требуется обработка заметного количества импульсов (80–100) при отношениях сигнал/шум не менее 2,5–3,5.

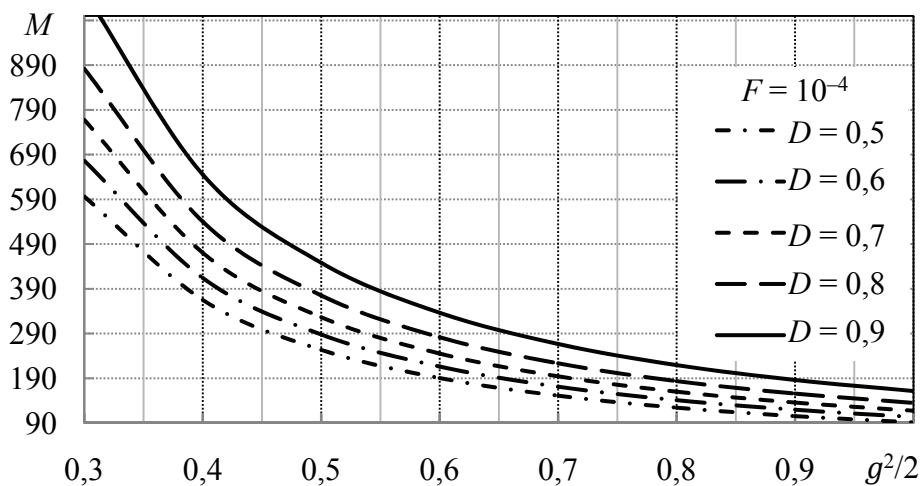


Рис. 10.12. Зависимость M от $g^2/2$ для десятичастотного сигнала

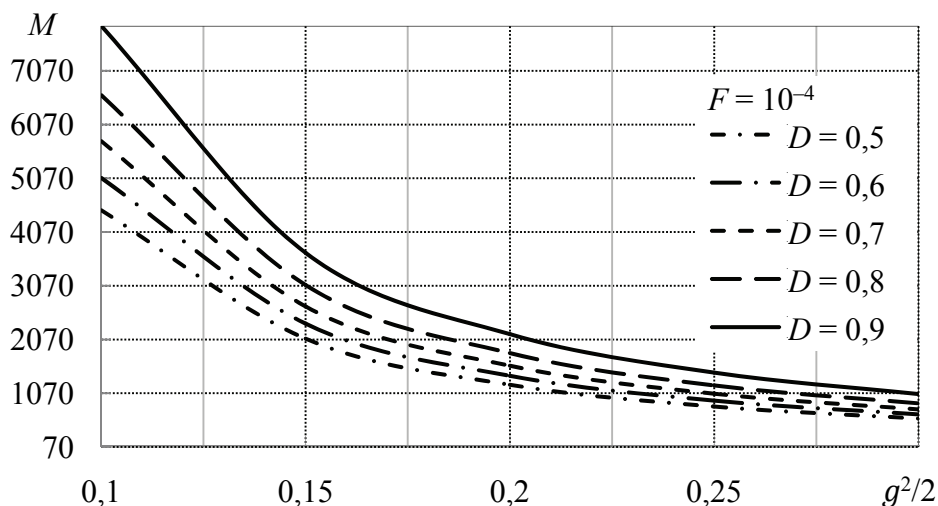


Рис. 10.13. Зависимость M от $g^2/2$ для десятичастотного сигнала

2. При небольшой задаваемой вероятности ложной тревоги $F = 10^{-4}$ приемлемые вероятности правильного обнаружения 0,8–0,9 обеспечиваются уже при отношении сигнала к шуму, равном 1. Требуемое количество импульсов находится в районе 140.

3. При отношениях сигнал/шум, меньших единицы, вероятности правильного обнаружения 0,8–0,9 можно обеспечить при $F = 10^{-4}$ и отношении сигнал/шум не менее 0,8.

4. При отношениях сигнал/шум 0,1–0,3 и менее требуется весьма большое количество импульсов (тысячи). Работа обнаружителя представляется проблематичной.

10.4. Сравнительный анализ десятичастотного оптимального и непараметрического обнаружителей

Качественные показатели десятичастотного рангового обнаружителя содержат отношение сигнала к шуму по мощности для одного импульса и общее количество обрабатываемых импульсов. Поэтому указанный анализ проведем, сравнивая между собой пороговые отношения сигнала к шуму по мощности для одного импульса, принимая известное предположение о равномерном распределении мощности многочастотного сигнала по каждому импульсу. Сравнение проведем при $D = 0,9$ и $F = 10^{-7}$, для которых имеются необходимые данные для учета в оптимальном обнаружителе некогерентного накопления, дающего выигрыш в пороговом

отношении сигнала к шуму [1]. Для этого обнаружителя, используя (10.2), (10.3), методику и данные [1] по учету некогерентного накопления $p = M/10$ импульсов, получаем после несложных преобразований значения пороговых отношений сигнала к шуму для одного импульса 1,7–0,8 дБ при $M = 100–50$.

Для десятичастотного непараметрического обнаружителя данные получаем из (10.13): 3,4–6,9 дБ при $M = 100–50$. Видно, что с увеличением обрабатываемых импульсов потери уменьшаются. Так, с увеличением M от 50 до 100 потери уменьшаются с 6 до 5 дБ. Расчеты показывают, что для $M = 200$ потери составляют 4 дБ, для $M = 1000$ – 3,3 дБ.

Таким образом, десятичастотный непараметрический обнаружитель, обеспечивая постоянство условной вероятности ложной тревоги при изменении статистических характеристик шума, уступает ему в пороговом отношении сигнала к шуму.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

Введение

1. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория: справочник / Я. Д. Ширман, Ю. И. Лосев, Н. Н. Минервин и др.; под ред. Я. Д. Ширмана. М.: ЗАО «МАКВИС», 1998.
2. *Акимов П. С., Евстратов Ф. Ф., Захаров С. И.* и др. Обнаружение радиосигналов / под ред. А. А. Колосовой. М.: Радио и связь, 1989.
3. *Шахтарин Б. И.* Обнаружение сигналов. М.: Гелиос APS, 2006.
4. *Schleher D. C.* Radar detection in Weibull clutter // IEEE. 1976. Vol. AES-12, № 6. P. 736–743.
5. *Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982.
6. *Бакулев П. А., Басистов Ю. А., Тугуши В. Г.* Обработка сигналов с постоянным уровнем ложных тревог // Известия вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1989. Т. 32, № 4. С. 14–15.
7. *Бакулев П. А.* Радиолокационные системы: учеб. для вузов. М.: Радиотехника, 2004.
8. *Гаек Я., Шидак З.* Теория ранговых критериев; пер. с англ. / под ред. Л. Н. Большева. М.: Наука, 1971.
9. *Тарасенко Ф. П.* Непараметрическая статистика. Томск: ТГУ, 1976.
10. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. 3-е изд. М.: Радио и связь, 1989.
11. *Kailath T., Poor V. D.* Detection of stochastic processes // IEEE Trans. 1998. Vol. IT-44, № 6. P. 2230–2259.
12. *Helstrom C. W.* Elements of Signal Detection and Estimation. Englewood Cliffs, New York: Prentice-Hall, 1995.
13. *Poor H. V.* An Introduction to Signal Detection and Estimation-Second Edition. New York: Springer-Verlag, 1994.
14. *Van H. L.* Trees, Detection, Estimation and Modulation Theory. Part I. New York: Wiley, 1968.
15. *Акимов П. С.* Непараметрическое обнаружение сигналов // Радиотехника. 1977. Т. 32, № 11. С. 17–30.
16. *Никитенок В. И.* Анализ чувствительности оптимальных обнаружителей к изменениям интенсивности радиолокационного фона // Сб. науч. статей. Минск: МВИЗРУ, 1982.
17. *Никитенок В. И.* Оценка устойчивости вероятности ложной тревоги в автоматическом радиолокационном обнаружителе // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2009. № 3 (24). 30 сент.

18. Справочник по радиолокации / под ред. М. Скольникова. М.: Сов. радио, 1976. Т. 1.
19. *Акимов П. С.* Непараметрическое обнаружение сигналов. М.: Изд. МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1980.
20. *Kassam S. A.* A bibliography on nonparametric detection // IEEE Trans. 1980. Vol. IT 26, № 5. P. 595–692.
21. *Ширман Я. Д., Манжос В. Н.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981.
22. *Feustal E. A., Davisson L. D.* The asymptotic relative efficiency of mixed statistical tests // IEEE Trans. 1967. Vol. IT–13, № 2. P. 247–255.
23. *Feustal E. A., Davisson L. D.* Nonparametric detection by rank statistics—a unified view // IEEE Intern. Conv. Rec. 1967. P. 34–39.
24. *Feustal E. A., Davisson L. D.* On efficiency of mixed locally-most-power fill one and two-sample rank tests // IEEE Trans. 1968. Vol. IT, № 9. P. 776–778.
25. *Акимов П. С., Ефремов В. С., Журков Л. П., Косолапов А. С.* Реализация непараметрического рангового обнаружителя // Радиотехника. 1976. Т. 36, № 7.
26. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений / под ред. Т. Хуанга. М.: Радио и связь, 1984.
27. *Нуссбаумер Г.* Быстрые преобразования Фурье и алгоритмы вычислений свертки. М.: Радио и связь, 1984.
28. *Блейхут Р.* Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1989.
29. *Ашмарин И. П., Васильев Н. Н., Амбросов В. А.* Быстрые методы статистической обработки в планировании экспериментов. Л., 1971.
30. *Бирюков М. Н.* Непараметрические алгоритмы обнаружения сигналов в импульсных помехах. М., 1991.

Глава 1

1. Теоретические основы радиолокации / под ред. Я. Д. Ширмана. М.: Сов. радио, 1970.
2. Справочник по радиолокации / под ред. М. Скольникова. М.: Сов. радио, 1976. Т. 1.
3. *Шахтарин Б. И.* Обнаружение сигналов. М.: Гелиос APS, 2006.
4. *Бакулев П. А., Басистов Ю. А., Тугуши В. Г.* Обработка сигналов с постоянным уровнем ложных тревог // Известия вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1989. Т. 32, № 4. С. 4–15.
5. *Minkler G., Minkler J.* CFAR – Baltimore: Magellan Book Company, 1990.
6. *Бакулев П. А.* Радиолокационные системы: учеб. для вузов. М.: Радиотехника, 2004.
7. *Охрименко А. Е., Олейников А. А.* Теоретические основы радиолокации. Минск: МВИЗРУ, 1976.
8. *Охрименко А. Е.* Основы радиолокации и радиолокационная борьба. Ч. 1: Основы радиолокации: учеб. для ВУ ПВО. М.: Воениздат, 1983.

9. Будко В. Н., Клементьев Ф. М., Новикова Н. М. Непараметрическая модель обнаружения сигналов, наблюдаемых человеком-оператором на экране ЭЛТ на фоне шумов // Радиотехника и электроника. 1979. Т. 23, № 2. С. 2439–2442.
10. Шереметьев А. Г. Статистическая теория лазерной связи. М.: Связь, 1971.
11. Марова С. Н. Обнаружение слабых сигналов в оптическом диапазоне волн // Сб. статей «Теория и техника радиолокации» / Тр. МАИ. Вып. 207. М.: Машиностроение, 1972.
12. Сигналы и помехи в лазерной локации / под ред. В. Е. Зуева. М.: Радио и связь, 1985.
13. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. 3-е изд. М.: Радио и связь, 1989.
14. Левин Г. А., Бонч-Бруевич Л. М. Пути построения обнаружителей самооптимизирующихся пороговым уровнем в приемных устройствах систем радиосвязи // Электросвязь. 1965. № 5.
15. Тамм Ю. А., Гомозова Т. М. К аппроксимации интеграла вероятности // Электросвязь. 1970. № 9.
16. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.
17. Манин А. П. Основы теории оптических систем траекторных и навигационных комплексов: учеб. пособие. М.: МО СССР, 1989.
18. Никитенок В. И., Кравцов В. А. Сравнительная оценка обнаружителей слабых световых потоков // Тез. докл. науч.-техн. конф. Минск: МВИЗРУ, 1972.
19. Никитенок В. И., Кравцов В. А. Сравнительный анализ устройств обнаружения слабых сигналов на выходе фотоумножителя // Перспективные вопросы обработки радиолокационных сигналов. Минск: МВИЗРУ, 1974.
20. Никитенок В. И. Анализ чувствительности оптимальных обнаружителей к изменениям интенсивности радиолокационного фона // Сб. науч. статей. Минск: МВИЗРУ, 1982.
21. Никитенок В. И. Оценка устойчивости вероятности ложной тревоги в автоматическом радиолокационном обнаружителе // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2009. № 3 (24). С. 66–71.
22. Никитенок В. И. Качественные показатели адаптивного обнаружения слабых оптических сигналов // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2009. № 17. С. 99–102.

Глава 2

1. Сархан А. Е., Гринберг Б. Г. Введение в теорию порядковых статистик; пер. с англ. / под ред. А. Я. Боярского. М.: Статистика, 1970.
2. Боярский Э. А. Порядковые статистики. М.: Статистика, 1972.
3. Дэйвид Г. Порядковые статистики. М.: Наука, 1979.
4. Смирнов Н. В. Избранные труды. М.: Наука, 1970.
5. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений; пер. с англ. М.: Мир, 1965.
6. Уилкс С. Математическая статистика; пер. с англ. / под ред. Ю. В. Линника. – М.: Наука, 1967.
7. Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М.: Наука, 1973.
8. Тарасенко Ф. П. Непараметрическая статистика. Томск: ТГУ, 1976.

9. *Кокс Д., Хинкли Д.* Теоретическая статистика. М.: Мир, 1978.
10. *Харин Ю. С., Жук Е. Е.* Математическая и прикладная статистика: учеб. пособие. Минск: БГУ, 2005.
11. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. 3-е изд. М.: Радио и связь, 1989.
12. *Градиштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука 1971.
13. *Коваленко И. Н., Филиппова А. А.* Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для втузов. М.: Высш. школа, 1973.
14. *Шахтарин Б. И.* Случайные процессы в радиотехнике: цикл лекций. М.: Радио и связь, 2000.
15. *Кокс Д. П., Льюис П.* Статистический анализ последовательностей событий; пер. с англ. / под ред. А. П. Бусленко. М.: Мир, 1969.
16. *Айвазян С. А., Мхитарян В. С.* Теория вероятностей и прикладная статистика. 2-е изд., испр. Юнити-Дана, 2001. Т. 1.
17. *Кравцов В. А., Никитенок В. И.* Ранговые обнаружители случайных импульсных сигналов на фоне шума без процедуры упорядочения // Сб. ст. «Обучающиеся алгоритмы в системах управления и обработки информации». Новосибирск: Наука, Сибирское отд., 1978.
18. *Никитенок В. И.* Анализ базы данных без процедуры упорядочения // Математическое и программное обеспечение анализа данных: тез. докл. респ. науч. конф. Минск: БГУ, 1990.
19. *Никитенок В. И.* On-line Algorithms of Nonparametric Statistical Hypotheses Testing // Тез. докл. междунар. науч. конф. Минск: ММ и КАД, 2001.
20. *Никитенок В. И.* Оценка эффективности ранговых критериев без процедуры упорядочения // X Белорус. математическая конф. Минск, 3–7 нояб. 2008 г. Тез. докл. Ч. 5. Минск, 2008.
21. *Никитенок В. И.* О ранговых процедурах анализа простейших пуассоновских потоков в реальном времени // Информационные системы и технологии (IST'2008): материалы IV Междунар. науч. конф. Минск, 4–6 нояб. 2008 г. Минск: Академ. управления при Президенте Респ. Беларусь, 2008.
22. *Никитенок В. И.* Элементы теории ранговых критериев, работающих в реальном времени // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2009. № 2 (23). С. 94–99.

Глава 3

1. *Томас Д. Б.* Непараметрические методы обнаружения сигналов // ТИИЭР. 1970. Vol. 58, № 5. С. 23–31.
2. *Гаек Я., Шидак З.* Теория ранговых критериев; пер. с англ. / под ред. Л. Н. Большева. М.: Наука, 1971.
3. *Тарасенко Ф. П.* Непараметрическая статистика. Томск: ТГУ, 1974.
4. *Хансен.* Характеристики обнаружения некоторых непараметрических ранговых критериев и их применение в радиолокации // Зарубежная радиоэлектроника. 1971. № 4. С. 38–54.

5. Леман Э. Проверка статистических гипотез. М.: Наука, 1979.
6. Kassam S. A. A bibliography on nonparametric detection // IEEE Trans. 1980. Vol. IT 26, № 5. P. 595–692.
7. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. 3-е изд. М.: Радио и связь, 1989.
8. Акимов П. С., Евстратов Ф. Ф., Захаров С. И. и др. Обнаружение радиосигналов / под ред. А. А. Колосовой. М.: Радио и связь, 1989.
9. Бакулев П. А. Радиолокационные системы: учеб. для вузов. М.: Радиотехника, 2004.
10. Шахтарин Б. И. Обнаружение сигналов. М.: Гелиос APS, 2006.
11. Mann N. B., Whitney D. R. One test of whether one two random variables is stochastically larger than other // Annals of Mathematical Statistics. 1947. № 18. С. 50–60.
12. Уилкс С. Математическая статистика. М.: Наука, 1967.
13. Венцель Е. С. Теория вероятностей: учеб. для вузов. М.: Высш. шк., 2001.
14. Новиков С. А., Петухов С. И. Прикладные вопросы теории массового обслуживания. М.: Сов. радио, 1969.
15. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория: справочник / Я. Д. Ширман, Ю. И. Лосев и др.; под. ред. Я. Д. Ширмана. М.: ЗАО «МАКВИС», 1998.
16. Кравцов В. А., Никитенок В. И. Сравнительный анализ знаковых обнаружителей // Перспективные вопросы обработки радиолокационных сигналов. Минск: МВИЗРУ, 1974.

Глава 5

1. Гаек Я., Шидак З. Теория ранговых критериев; пер. с англ. / под ред. Л. Н. Большева. М.: Наука, 1971.
2. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 2. М.: Сов. радио, 1968.
3. Feustal E. A. Davisson L. D. The asymptotic relative efficiency of mixed statistical tests // IEEE Trans. 1967. № 2. P. 247–262.
4. Теоретические основы радиолокации / под. ред. Я. Д. Ширмана. М.: Сов. радио, 1970.
5. Фалькович С. Е. Оценка параметров сигнала. М.: Сов. радио, 1970.
6. Каневский, Томас. Самонастраивающиеся непараметрические системы обнаружения с использованием зависимых выборок // Зарубежная радиоэлектроника. 1967. № 6. С. 17–29.
7. Симахин В. А. Непараметрические обнаружители сигналов в случае зависимых выборочных значений // Радиотехника. 1973. Т. 28, № 1. С. 9–17.
8. Fraser D.A.S. Non-parametric method in statistic / J. Wiley. New York, 1957.
9. Ибрагимов И. А., Линник Ю. В. Независимые и стационарно связанные величины. М.: Наука, 1965.
10. Sen P. K. On the properties of u-statistics when the Observations are not independent // Part I. Calcutta statistical assoc. bulletin. 1963. Vol. 12, № 47. P. 69–92.

11. Вальд А. Последовательный анализ: пер. с англ. / под ред. Б. А. Севастьянова. М.: Физматгиз, 1960.
12. Акимов Я. С., Ефремов В. С., Кубасов А. Н. Последовательное обнаружение сигнала с использованием статистики, основанной на сумме рангов // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20, № 6. С. 1289.
13. Акимов П. С., Евстратов Ф. Ф., Захаров С. И. и др. Обнаружение радиосигналов // под ред. А. А. Колосовой. М.: Радио и связь, 1989.
14. Акимов П. С., Ефремов В. С. Оптимальное ранговое последовательное обнаружение импульсного сигнала // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20, № 11. С. 2286.
15. Спектор А. А. Исследование последовательного анализа при помощи эквивалентного непрерывного марковского процесса // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23, № 4. С. 81.
16. Клочан Ю. Н., Спектор А. А. Использование знаковых статистик при последовательном обнаружении сигнала в импульсной РЛС // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1979. Т. 22, № 8. С. 10–14.
17. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы // Сов. радио. М., 1977.
18. Никитенок В. И. Непараметрическое совместное обнаружение и оценка параметров сигнала в потоке // Обучающиеся алгоритмы в системах управления и обработки информации. Новосибирск: Наука. Сибирское отделение, 1978.
19. Никитенок В. И. Последовательное непараметрическое обнаружение // Сборник науч. статей. Минск: МВИЗРУ, 1982.
20. Никитенок В. И. Fast sliding distribution-free procedure of decision-making» // Тез. докл. междунар. конф. Минск, ММ и КАД, 2004.
21. Никитенок В. И. Быстрая скользящая свободная от распределения последовательная проверка статистических гипотез // Сб. науч. статей междунар. конф., посвящ. 70-летию проф., д-ра физ.-мат. наук Г. А. Медведева. Минск, 2005.
22. Никитенок В. И. Элементы теории быстрых, свободных от распределения процедур принятия статистических решений // Сб. науч. ст. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2009. № 16. С. 54–58.

Глава 6

1. Применение лазеров в системах разведки, наблюдения и локации. Военная техника. 1972. Вып. 10.
2. Лазерный локатор высокой точности // Радиотехника за рубежом. М., 1972. Вып. 28 (674).
3. Вольф Э., Мандель А. Когерентные свойства оптических полей // Успехи физических наук. М.: Наука, 1966. Т. 88. вып. 2, 4; 1965. Т. 87, вып. 3.
4. Гаек Я., Шидак З. Теория ранговых критериев; пер. с англ. / под ред. Л. Н. Большева. М.: Наука, 1971.
5. Ходара. Статистика теплового и лазерного излучения // ТИИЭР. 1965. Т. 53, № 7.
6. Пратт В. К. Лазерные системы связи; пер. с англ. / под ред. А. Г. Шереметьева. М.: Связь, 1972.

7. *Курикса А. А.* Статистические характеристики фототока при флуктуирующем световом потоке // Радиотехника и электроника. 1965. Т. 12, № 9.
8. *Мазанько И. П.* О флуктуациях в газовых оптических усилителях и генераторах // Радиотехника и электроника. 1968. Т. 13, № 3.
9. *Armstrong I. A., Smith A. W.* Experimental studies of intensity fluctuations in lasers Progress in Optics // North-Holland Publishing Company, 1967. Vol. 6.
10. *Гудмен.* Зависимость характеристик локационных станций от вызванного целью мерцания отраженного сигнала // ТИИЭР. Вып. 53, № 11, 1965.
11. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. 3-е изд. М.: Радио и связь, 1989.
12. *Гуткин Л. С.* Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах. М.: Сов. радио, 1972.
13. *Dwass M.* Some k-sample rank order tests. Control to problem and statistics. Essays in honor of N. Hotelling, 1963.
14. *Шереметьев А. Г.* Статистическая теория лазерной связи. М.: Связь, 1971.
15. *Марова С. Н.* Обнаружение слабых сигналов в оптическом диапазоне волн // Теория и техника радиолокации: сб. статей / Тр. МАИ. М.: 1972. Вып. 207.
16. Лазерная локация / И. Н. Матвеев, В. В. Протопопов, И. Н. Троицкий, Н. Д. Устинов; под ред. чл.-кор. АН СССР Н. Д. Устинова. М.: Машиностроение, 1984.
17. Сигналы и помехи в лазерной локации / под ред. В. Е. Зуева. М.: Радио и связь, 1985.
18. *Манин А. П.* Основы теории оптических систем траекторных и навигационных комплексов: учеб. пособие. М.: МО СССР, 1989.
19. *Акимов П. С., Кубасов А. Н., Миначева А. В.* Оценка качества обнаружения слабого оптического сигнала // Известия вузов. Радиоэлектроника. Т. 22, № 4. 1979.
20. *Иванов В. И., Малевич И. А., Чайковский А. П.* Многофункциональные лидарные системы. Минск : Университетское, 1986.
21. *Трищенко М. А.* Фотоприемные у-ва и ПЗС. Обнаружение слабых оптических сигналов. М.: Радио и связь, 1992.
22. Радиоэлектронные системы: основы построения Р15 и теория: справочник / Я. Д. Ширман, Ю. И. Лосев, Н. Н. Минервин и др.; под ред. Я. Д. Ширмана. М.: ЗАО МАКВИС, 1998.
23. *Дмитриев А. Л.* Оптические системы передачи информации: учеб. пособие. СПб.: СПбГУИТМО, 2007.
24. *Flom T.* Spaceborne laser radar // Appl. Opt. 1972. Vol. 11, № 2. P. 291.
25. *Flom T., Coombes D.* Multiple target tracking with scanning laser radar // Navigation. 1974–1975. Vol. 21. № 4. P. 298.
26. Одноэлектронные фотоприемники. 2-е изд., перераб. и доп. / С. С. Ветохин и др. М.: Энергоатомиздат, 1986.
27. Световые характеристики диссектора, работающего в одноэлектронном режиме / А. П. Ташкун и др. // Приборы и техника эксперимента. 1973. № 3. С. 258–260.
28. *Ветохин С. С., Резников И. В.* Одноэлектронные характеристики фотоумножителей для счета фотонов // Приборы и техника эксперимента. 1977. № 7. С. 57–62.
29. *Ветохин С. С., Резников И. В.* Диссекторы – счетчики фотонов // Оптико-механическая промышленность. 1980. № 8. С. 46–50.

30. Исследование лавинных МДП-фотоприемников в режиме счета фотонов / С. С. Ветохин и др. // Докл. АН БССР. 1987. Т. 31, № 5. С. 141–144.
31. *Ветохин, С. С.* Контрастность изображений биообъектов при измерениях методом счета фотонов // Тр. БГТУ. Сер. IV. Химия и технология орган. веществ. 2008. Вып. 16. С. 48–50.
32. *Кравцов В. А., Никитенок В. И.* Сравнительный анализ устройств обнаружения слабых сигналов на выходе фотоумножителя // Перспективные вопросы обработки радиолокационных сигналов. Минск: МВИЗРУ, 1974.
33. *Кравцов В. А., Никитенок В. И.* Многоканальное и одноканальное обнаружение пуассоновского сигнала // Перспективные вопросы обработки радиолокационных сигналов. Минск: МВИЗРУ, 1974.
34. *Кравцов В. А., Никитенок В. И.* Ранговые обнаружители случайных импульсных сигналов на фоне шума без процедуры упорядочения // Сб. ст. «Обучающиеся алгоритмы в системах управления и обработки информации». Новосибирск: Наука. Сибирское отд., 1978.
35. *Кравцов В. А., Никитенок В. И.* Изобретение «Устройство обнаружения сигнала при неизвестной интенсивности шума». Авт. св-во № 459154. Приоритет от 22.12.1972. Зарегистрировано 07.10.1974.
36. *Никитенок В. И.* Изобретение «Обнаружитель сигналов». Авт. св-во № 1589806. Приоритет от 20.07.1988. Зарегистрировано 01.05.1990.
37. *Кравцов В. А., Никитенок В. И.* Изобретение «Устройство обнаружения сигнала при неизвестной интенсивности шума». Авт. св-во № 452273. Приоритет от 22.12.1972. Зарегистрировано 07.08.1974.
38. *Никитенок В. И.* О ранговых процедурах анализа простейших пуассоновских потоков в реальном времени // Междунар. науч. конф. БГУ / ГНУ «Институт математики НАН Беларуси» 3–7 нояб. Минск, 2008.
39. *Никитенок В. И.* Элементы теории ранговых критериев, работающих в реальном времени // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2009. № 2 (23). С. 94–99.

Глава 7

1. *Ширман Я. Д., Манжос В. Н.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981.
2. Теоретические основы радиолокации // под ред. Я. Д. Ширмана. М.: Сов. радио, 1970.
3. *Никитенок В. И.* Оценка устойчивости вероятности ложной тревоги в автоматическом радиолокационном обнаружителе // Вест. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2009. № 3 (24). С. 66–71.
4. *Feustal E. A., Davisson L. D.* The asymptotic relative efficiency of mixed statistical tests IEEE Trans. 1967. № 2. P. 247–262.
5. *Никитенок В. И.* Элементы теории быстрых свободных от распределения процедур принятия статистических решений // Сб. науч. ст. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2009. № 16. С. 54–58.
6. *Гаек Я., Шидак З.* Теория ранговых критериев; пер. с англ. / под ред. Л. Н. Большева. М.: Наука, 1971.

7. Mann N. B., Whitney D. R. One test of whether one two random variables is stochastically larger than other // Annals of Mathematical Statistics. 1947. № 18. P. 50–60.

8. Акимов П. С., Ефремов В. С. Характеристики обнаружения рангового радиолокационного обнаружителя // Радиотехника и электроника. 1974. Т. 19, № 7. С. 1527–1531.

9. Хансен. Характеристики обнаружения некоторых непараметрических ранговых критериев и их применение в радиолокации // Зарубежная радиоэлектроника. 1971. № 4. С. 38–54.

10. Справочник по радиолокации / под ред. М. Скольникова. М.: Сов. радио, 1976. Т. 1.

11. Справочник по специальным функциям / под ред. М. Абрамовица, И. Стигана. М.: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979.

12. Бакулев П. А., Басистов Ю. А., Тугуши В. Г. Обработка сигналов с постоянным уровнем ложных тревог // Известия вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1989. Т. 32, № 4. С. 14–15.

13. Бакулев П. А. Радиолокационные системы: учеб. для вузов. М.: Радиотехника, 2004.

14. Шахтарин Б. И. Обнаружение сигналов. М.: Гелиос APS, 2006.

15. Тарасенко Ф. П. Непараметрическая статистика. Томск: ТГУ, 1976.

16. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке (методы обработки данных). М.: Мир, 1980.

17. Никитенок В. И. Быстрые алгоритмы непараметрического обнаружения некогерентных сигналов. Ч. 1 // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2010. № 1. С. 42–48.

18. Никитенок В. И. Быстрые алгоритмы непараметрического обнаружения некогерентных сигналов. Ч. 2. // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2010. № 2.

19. Никитенок В. И., Кравцов В. А. Изобретение «Ранговый обнаружитель». Авт. св-во № 598409. Приоритет от 22.11.1976. Зарегистрировано 21.11.1977.

20. Никитенок В. И. Изобретение «Ранговый обнаружитель». Авт. св-во № 1730925. Приоритет от 27.07.1990. Зарегистрировано 03.01.1990.

Глава 8

1. Каневский, Томас. Самонастраивающиеся непараметрические системы обнаружения с использованием зависимых выборок // Зарубежная радиоэлектроника. 1967. № 6. С. 17–29.

2. Симахин В. А. Непараметрические обнаружители сигналов в случае зависимых выборочных значений // Радиотехника. 1973. Т. 28, № 1. С. 9–17.

3. Акимов П. С., Евстратов Ф. Ф., Захаров С. И. и др. Обнаружение радиосигналов // под ред. А. А. Колосовой. М.: Радио и связь, 1989.

4. Sen P. K. On the properties of u-statistics when the Observations are not independent. Part I // Calcutta statistical assoc, bulletin – 12. 1963. № 47. P. 69–92.

5. Никитенок В. И. Быстрые алгоритмы непараметрического обнаружения некогерентных сигналов. Ч. 2 // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2010. № 2.

Глава 10

1. Теоретические основы радиолокации / под ред. Я. Д. Ширмана. М.: Радио и связь, 1970.
2. Ширман Я. Д., Манжос В. Р. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981.
3. Вопросы статистической теории радиолокации / под ред. Г. П. Тартаковского. М.: Радио и связь, 1961. Т. 1.
4. Вишин Г. М. Многочастотная радиолокация. М.: Воениздат, 1973.
5. Бартон Д. К. Простая методика расчета характеристик обнаружения целей и дальности действия РЛС // Зарубежная радиоэлектроника. 1970. № 5.
6. Robinson S. J. Radar system. Патент GB, G 01 S 7/30, 03.07. 1968.
7. Справочник по радиолокации. Т. 1: Основы радиолокации / пер. с англ. Я. С. Иццоки. М.: Сов. радио, 1976.
8. Патент GB, G 01 S 7/30, 03.07.1968.
9. Патент GB, G 01S 13/10, 31.10.2002.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Список основных условных обозначений и сокращений.....	6
Введение	7
Часть I. ОСНОВЫ ТЕОРИИ БЫСТРЫХ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ.....	11
Глава 1. Об устойчивости вероятности ложной тревоги и адаптивном обнаружении сигналов.....	11
1.1. Оценка устойчивости вероятности ложной тревоги в автоматическом радиолокационном обнаружителе.....	11
1.2. Анализ качественных показателей адаптивного обнаружения слабых оптических сигналов	19
Глава 2. Основы теории быстрых непараметрических алгоритмов обнаружения пуассоновских сигналов.....	25
2.1. Распределение порядковых статистик	25
2.2. Выборочные блоки и их покрытия. Распределение покрытий и их сумм.....	27
2.3. Распределение выборочных интервалов.....	28
2.4. Пуассоновский процесс. Простейший поток однородных событий.....	30
2.5. Формирование общего вариационного ряда и рангового вектора.....	34
2.6. Условие применения быстрых непараметрических алгоритмов обнаруже- ния пуассоновских сигналов.....	37
2.7. Пример практической реализации вычисления рангового вектора без операции упорядочения	37
2.8. Предварительная оценка эффективности быстрых непараметрических алгоритмов обнаружения пуассоновских сигналов.....	38
Глава 3. Непараметрические тесты обнаружения сигналов.....	41
3.1. Выбор непараметрических тестов	41
3.2. Тест Манна – Уитни.....	43
3.3. Тест Вальда – Вольфовица	44
3.4. Знаковые тесты	44

Глава 4. Быстрая непараметрическая проверка простой гипотезы относительно параметра экспоненциального распределения.....	49
4.1. Постановка задачи.....	49
4.2. Показатели качества правил принятия решения.....	50
4.2.1. Быстрый алгоритм Манна – Уитни.....	50
4.2.2. Быстрый алгоритм Вальда – Вольфовица.....	51
4.2.3. Алгоритм модифицированного знакового теста.....	52
Глава 5. Основы теории быстрых непараметрических алгоритмов обнаружения сигналов.....	54
5.1. Математическая модель и постановка задачи.....	54
5.2. Алгоритмы обнаружения сигналов.....	54
5.3. Показатели качества обнаружения сигналов.....	56
5.3.1. Вероятность ложной тревоги. Пороги решения.....	56
5.3.2. Вероятность правильного обнаружения.....	57
5.4. Показатели качества оценивания.....	58
5.5. Особенности непараметрического обнаружения при коррелированных отсчетах помехи.....	60
5.6. Последовательное непараметрическое обнаружение сигналов.....	61
Часть II. ПРИМЕНЕНИЯ БЫСТРЫХ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ.....	65
Глава 6. Непараметрическое обнаружение слабых оптических сигналов ..	65
6.1 Модели сигнала и помех.....	66
6.2 Обнаружитель Манна – Уитни.....	67
6.3. Обнаружитель Вальда – Вольфовица.....	70
6.4. Модифицированный знаковый обнаружитель.....	72
6.5. Сравнительный анализ эффективности обнаружителей.....	75
6.6. Многоканальные ранговые обнаружители.....	79
Глава 7. Непараметрическое обнаружение некогерентных сигналов.....	81
7.1. О сопоставлении непараметрических и оптимальных обнаружителей.....	82
7.2. Модели сигнала и помех.....	83
7.3. Тест Манна – Уитни и особенности его применения в непараметрическом обнаружителе.....	84
7.4. Показатели качества обнаружения.....	86
7.4.1. Случай быстрофлуктуирующего сигнала.....	86
7.4.2. Случай нефлуктуирующего сигнала.....	88

7.5. Об одной модификации рангового критерия Вилкоксона.....	91
Глава 8. Адаптивное непараметрическое обнаружение	93
8.1. Адаптивный непараметрический обнаружитель.....	93
8.2. Показатели качества обнаружения	94
Глава 9. Последовательное непараметрическое обнаружение.....	99
9.1. Показатели качества обнаружения	99
9.1.1. Случай быстрофлуктуирующего сигнала.....	99
9.1.2. Случай нефлуктуирующего сигнала.....	102
9.2. Сравнение случаев обнаружения быстрофлуктуирующего и нефлуктуирующего сигналов	104
Глава 10. Непараметрическое обнаружение многочастотного радиолокационного сигнала.....	107
10.1. Модель сигнала и шума. Об оптимальном обнаружении многочастот- ного сигнала	107
10.2. Структурная схема десятичастотного непараметрического обнаружителя	110
10.3. Показатели качества обнаружения	111
10.4. Сравнительный анализ десятичастотного оптимального и непараметрического обнаружителей	117
Библиографические ссылки.....	119

Научное издание

Никитенок Виктор Иванович

**БЫСТРЫЕ
НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ
АЛГОРИТМЫ ОБНАРУЖЕНИЯ
СИГНАЛОВ**

В авторской редакции

Художник обложки *Т. Ю. Таран*

Технический редактор *Г. М. Романчук*

Корректор *Л. С. Мануленко*

Компьютерная верстка *Т. А. Малько*

Ответственный за выпуск *А. Г. Купцова*

Подписано в печать 01.10.2010. Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 7,67. Уч.-изд. л. 7,2. Тираж 100 экз. Зак.

Белорусский государственный университет.
ЛИ № 02330/0494425 от 08.04.2009.
Пр. Независимости, 4, 220030, Минск.

Отпечатано с оригинала-макета заказчика.
Республиканское унитарное предприятие
«Издательский центр Белорусского государственного университета».
ЛП № 02330/0494178 от 03.04.2009.
Ул. Красноармейская, 6, 220030, Минск.