УДК 681.3

Д. В. Ратобыльская, Е. И. Сукач,
Г. И. Большакова

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ОЦЕНКЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДЕЖНОСТИ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СТУКТУРНО-СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Рассматривается задача определения вероятностных характеристик надежности многокомпонентных структурно-сложных систем со многими состояниями. Предлагается подход к решению поставленной задачи, основанный на сведении модели структурно-сложной системы со многими состояниями к совокупности бинарных моделей.

Введение

Большой класс сложных систем образуют структурно-сложные системы (ССС), которые при математическом описании не сводятся к древовидным структурам. Структурно-сложные системы описываются сценариями сетевого типа с циклами и неустранимой повторностью аргументов при их формализации [1]. Кроме этого, структурная сложность систем может быть обусловлена наличием множества несовместных состояний, выделенных для систем, имеющих простую структуру.

Простейшей ССС является мостиковая структура, для расчета надежности которой прибегают к одному из следующих вариантов рассмотрения системы: отбрасывают влияние перемычек, считая их абсолютно надежными либо отсутствующими; используют способ преобразования «мостика» в последовательно-параллельную структуру с помощью эквивалентного преобразования соединения треугольником в соединение звездой [2, 3]; используют логико-вероятностные методы (ЛВМ), основанные на идее построения функций работоспособности систем с использованием законов логики и оценки их вероятности с использованием теории вероятностей; обращаются к полному перебору всех возможных состояний.

Первые два способа представления системы задают некоторую погрешность в расчетах, позволяя лишь в некоторой степени приблизиться к точному решению, что делает невозможным их применение для проведения расчетов, в которых предъявляются высокие требования к точности получаемых результатов (оценка риска и безопасности объектов).

Эффективность ЛВМ подтверждается многолетней практикой их использования при расчете надежности ССС. Общим ограничением этих методов является размерность системы, которая определяется числом ее компонентов. Кроме этого, предполагается рассмотрение лишь двух состояний компонентов. Рост числа компонентов или рост числа состояний приводит к экспоненциальной сложности задачи и делает невозможным применение методов для исследования ССС.

В докладе излагается методика проведения расчета надежности многокомпонентных ССС со многими состояниями путем сведения их к расчетным бинарным моделям и на примере демонстрируется применение этой методики.

Методика расчета вероятностных характеристик надежности структурно-сложных систем

Объектом исследования является ССС, включающая множество компонентов $\{K_i\}, i=\overline{1,m}$, которые могут находиться в одном из несовместных состояний $S=\{S_j\}, j=\overline{1,n}$. Предполагается, что вероятности состояний известны и задаются векторами:

$$P^i=\left(p_1^i, p_2^i, ..., p_n^i\right),\ \sum_{j=1}^{n} p_j^i = 1,\ i=\overline{1,m}. \quad (1)$$

Ставится задача определения вектора вероятностей состояний надежности ССС по вероятностным значениям надежности ее компонентов:

$$P^s = \left(p_1^s, p_2^i, ..., p_n^i\right), \ \sum_{j=1}^{n} p_j^s = 1. \qquad (2)$$

Поскольку система структурно-сложная, то при математическом описании она не сводится к последовательным, параллельным и древовидным структурам. Как следствие, задача определения результирующего вектора вероятностей, характеризующего надежность всей системы по вероятностным характеристикам ее компонентов, не может быть решена с использованием вероятностно-алгебраического метода [3].

Рассмотрим методику расчета надежности многокомпонентных ССС со многими состояниями, которая разработана в рамках вероятностно-алгебраического подхода и апробирована на ряде примеров с использованием системы вероятностно-алгебраического моделирования PALS (Probability-Algebraic Simulation) [4].

Шаг 1. Формулируется постановка задачи анализа надежности ССС путем вербально-графического описания условий ее функционирования и отказа. С этой целью определяется множество элементарных компонентов $\left\{K_i\right\}, i = \overline{1,m}$ модели исследуемой ССС, задается число возможных состояний их надежности $S = \left\{S_j\right\}, j = \overline{1,n}$ и задаются связи между компонентами. Компоненты описывают надежность ij-го участка графа, состояния компонентов фиксируют уровни изменения надежности, связи определяют характер взаимодействий.

В диалоговом режиме с использованием стандартных графических примитивов: вершин $N = \left\{N_m\right\}$ и ребер $K = \left\{K_i\right\}$ формируется схема ССС $G\left(N, K\right)$.

Шаг 2. Определяются пути получения исходных данных вероятностных параметров компонентов разрабатываемой структурной модели ССС. Как правило, исходные данные формируются на основе натурных экспериментов с прототипом исследуемой системы или путем анализа экспертных оценок. В результате для каждого компонента соответственно выделенным состояниям $S = \left\{S_j\right\}, j = \overline{1,n}$ задаются значения векторов вероятностей (1).

*Шаг 3.*Определяется состав выходных данных, представляющих собой вероятностные характеристики надежности ССС $P^s = \left(p_1^s, p_2^i, ..., p_n^i\right)$, и обосновываются способы их получения. Формулируется смысловое содержание выходных данных для системы и групп компонентов.

Шаг 4. Организуется k-ый шаг расчетов $\left(k = \overline{1, n-1}\right)$ для заданной структуры системы, но с двумя состояниями (бинарная модель)**.** При этом вероятности состояний i-го компонента при проведении k-го расчета задаются соотношением:

$$P^{i,k} = \left(\sum_{j=1}^{k} p_1^i, \ \sum_{j=k+1}^{n} p_2^i\right), \ i = \overline{1,m}, \ \mathrm{k} = \overline{1, n-1}. \qquad (3)$$

Вычисления реализуются с использованием одного из методов ЛВМ (наращивание путей, рекуррентный алгоритм, алгоритма полного перебора) [1], позволяющих оценить надежность ССС по состояниям надежности компонентов с двумя состояниями компонентов (работа, отказ).

Шаг 5. Результаты расчетов, полученные с использованием совокупности бинарных моделей, автоматически обрабатываются программными средствами PALS. При этом компоненты результирующего вектора вероятностей состояний системы (2) определяются соотношениями:

$$\begin{cases} p_1^s = p_1^{s,1} \\ p_k^s = p_1^{s,k} - p_1^{s,k-1}, \ k = \overline{1, n-1}, \end{cases} \qquad (4)$$

где $p_1^{s,i}$ определяется путем проведения $n-1$ расчетов для системы этой же структуры, но с двумя обобщенными состояниями**.**

Шаг 6. Результаты моделирования графически отображаются в виде графиков, представляющих вероятностные характеристики надежности, как всей системы, так и ее компонентов. Одновременно данные сохраняются в файле одного из стандартных форматов для последующей статистической обработки и анализа.

Шаг 7. В случае исследования реальной функционирующей ССС осуществляется проверка адекватности построенной вероятностно-алгебраической модели реальному объекту. В PALS она автоматически проводится путем проверки близости средних значений откликов модели соответствующим характеристикам реальной ССС. В случае отрицательных результатов осуществляется переход на шаг 2.

Шаг 8. Определяется влияние вероятностных характеристик надежности компонентов ССС на значение компонентов вектора откликов всей системы при ее фиксированной структурной организации. С этой целью организуются модельные эксперименты, в которых варьируются значения векторов (1).

Шаг 9. Исследуется влияние конфигурации ССС на результирующий вектор моделирования при неизменных вероятностных значениях параметров компонентов. При этом могут быть рассмотрены случаи альтернативной структурной организации системы, полученные в результате различных вариантов резервирования отдельных участков системы, а также варианты, соответствующие возможным аварийным ситуациям, возникающим в ССС. Сравнение результирующих векторов надежности ССС для различных вариантов ее структурной организации позволяет обосновать выбор лучшего из них, оценить эффективность резервирования отдельных участков системы и изменение надежности системы в результате аварийного состояния отдельных участков.

Определение динамических вероятностных характеристик надежности структурно-сложной системы со многими состояниями

Рассмотрим ССС, схема которой представлена графом (рис. 1), состоящим из шести вершин ($\{N_m\}$, $m=\overline{1,6}$, входной узел – N_1, целевой узел – N_6) и девяти ребер ($\{K_i\}$, $i=\overline{1,9}$). Система относится к классу ССС, представляя собой соединение двух мостиковых структур.

Компоненты системы могут находиться в одном из пяти несовместных состояний $S=\{S_j\}$, $j=\overline{1,5}$, характеризующих степень надежности их функционирования. Пребывание компонентов в одном из возможных состояний в каждый момент времени задается вектором вероятностей

$$P^i=\left(p_1^i,p_2^i,...,p_5^i\right),\ \sum_{j=1}^{5}p_j^i=1,\ i=\overline{1,9}.$$

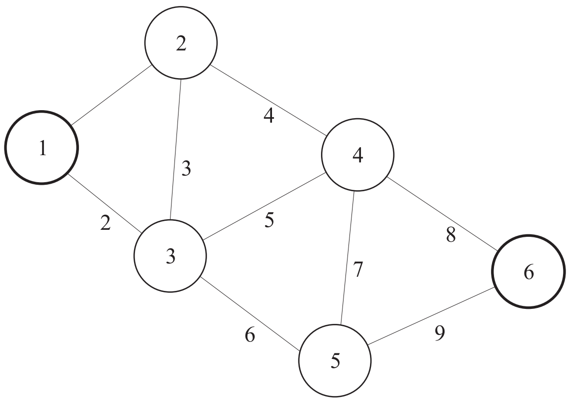

Рис. 1. Граф структурно-сложной системы

Ставится задача определения вероятностных характеристик надежности представленной ССС в начальный момент времени и по истечении пятнадцати условных единиц времени. Условная единица времени соответствует одному полному циклу эксплуатации системы, в процессе которого износ ее компонентов достигает уровня перехода к следующему выделенному несовместному состоянию ($S_i \to S_{i+1}$, $i=\overline{1,4}$). Определим динамику изменения показателя надежности системы в процессе эксплуатации с использованием марковской модели с дискретным временем и дискретными состояниями [4].

Исходные данные для векторов вероятностей компонентов системы представлены в табл. 1.

Таблица 1

Начальные вектора вероятностей надежности функционирования компонентов структурно-сложной системы

Компонент системы	Состояние				
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
K_1	0,5435	0,2336	0,1126	0,0721	0,0382
K_2	0,4335	0,2375	0,1341	0,094	0,1009
K_3	0,4746	0,2183	0,1167	0,0983	0,0921
K_4	0,5372	0,1997	0,1621	0,0999	0,0011

Окончание табл. 1

Компонент системы	Состояние				
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
K_5	0,5899	0,1827	0,1269	0,1004	0,0001
K_6	0,5256	0,2274	0,1242	0,1023	0,0205
K_7	0,5723	0,1934	0,1123	0,0019	0,1201
K_8	0,5472	0,172	0,1287	0,0274	0,1247
K_9	0,4927	0,2466	0,1495	0,0079	0,1033

На рис. 2 представлена схема изменения вероятностных характеристик компонентов системы в процессе эксплуатации, задаваемая цепями Маркова.

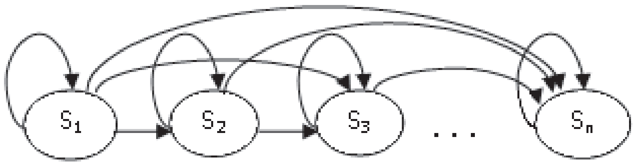

Рис.2. Графическая схема цепи Маркова

Используя средства автоматизации вероятностно-алгебраического моделирования PALS, были получены результирующие вектора вероятностей, характеризующие надежность функционирования исследуемой системы в начальный период времени и за исследуемый период эксплуатации.

Результирующие вектора вероятностей ССС в начальный момент времени и после различного количества циклов эксплуатации представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результирующие вектора вероятностей надежности структурно-сложной системы

Период эксплуатации	Состояние				
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
t_0	0,1854	0,1166	0,1272	0,2777	0,2931
t_1	0,0798	0,0861	0,1152	0,3131	0,4057
t_2	0,0344	0,0568	0,0930	0,3155	0,5003
t_3	0,0148	0,0353	0,0706	0,2994	0,5799
t_4	0,0064	0,0212	0,0515	0,2742	0,6468
t_5	0,0027	0,0124	0,0367	0,2452	0,7030
t_{10}	0,0000	0,0007	0,0055	0,1185	0,8752
t_{15}	0,0000	0,0000	0,0007	0,0517	0,9476

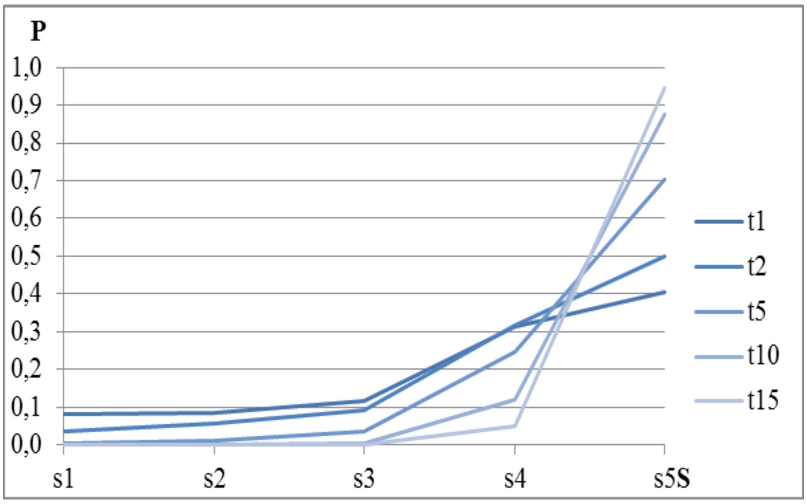

Рис. 3. Динамика векторов вероятностей надежностей ССС

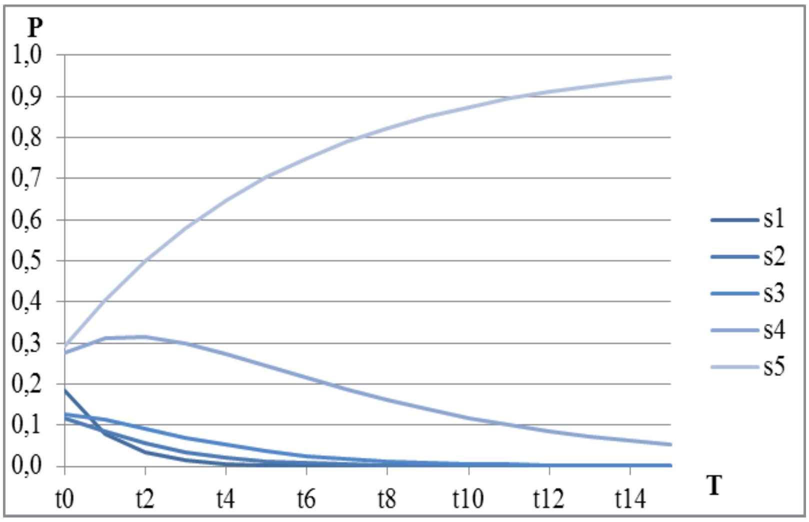

Рис. 4. Динамика изменения вероятностных параметров надежности функционирования системы

Изменения значений векторов вероятностей надежности системы в процессе эксплуатации за весь период времени $T=\{t_i\}$, $i=\overline{1,15}$ и динамика изменения выделенных несовместных состояний векторов надежностей ССС представлены на рис. 3 и 4 соответственно.

Выделяемые несовместные состояния для ССС несут такую же смысловую нагрузку, как и для отдельных компонентов системы: состояние S_1 характеризует вероятность нахождения системы в состоянии, обеспечивающем максимальную функциональную надежность, вероятностное значение состояния S_5 указывает на предельно допустимо низкий уровень надежности системы, промежуточные состояния отражают динамику развития системы.

Проведя анализ результатов моделирования исследуемой ССС, можно сделать следующие выводы.

Структурно система (рис. 3) организована не рационально. Это следует из того, что несмотря на достаточно стабильное сохранение значений вероятностей нахождения системы в состояниях S_2-S_4, присутствует высокая скорость роста вероятности перехода системы в критическое состояние S_5. Причину подобного поведения раскрывает анализ расчетных параметров вкладов компонентов системы (средства PALS позволяют проводить расчет данных показателей), которые указывают «вес» каждого компонента системы в результирующем векторе вероятностей. В исследуемой системе присутствует избыточное резервирование (компоненты K_3 и K_5).

Анализируя динамику функционирования системы (рисунок 3) можно так же сделать вывод о достаточно низкой надежности системы в расчете к количеству эксплуатационных циклов.

Практическая значимость продемонстрированной методики определяется отсутствием ограничений на число возможных состояний системы, что позволяет оценивать надежность ССС со многими состояниями, размерность которых допускает применение уже методов логико-вероятностного моделирования.

Заключение

Описанный подход сведения задачи исследования ССС со многими состояниями к задаче расчета надежности ССС с двумя состояниями позволяет получить точные вероятностные оценки надежности ССС со многими состояниями. При этом значительно уменьшается время вычислений за счет сокращения анализируемых вариантов полного перебора. Для оценки надежности ССС в случае полного перебора требуется рассмотрение n^m вариантов, где n – число состояний, m – число компонентов системы. Методика позволяет анализировать результаты моделирования ССС, требуя оценки уже 2^m вариантов полного перебора.

Применение для оценки надежности выделенного класса систем одного из методов ЛВМ на очередных итерациях расчета бинарных моделей еще более упрощает получение точного решения и в целом сокращает сложность расчетов ССС со многими состояниями.

Новый подход к оценке надежности ССС расширяет класс систем, для которых могут быть произведены расчеты, позволяет провести сравнительный анализ динамики изменения параметров надежности систем различной конфигурации, оценить степень влияния отдельных компонентов и связей на надежность всей системы.

Литература

1. *Рябинин, И. А.* Надежность и безопасность структурно-сложных систем / И.А. Рябинин. СПб. : Изд-во Санкт-Петербургского университета, 2007.

2. *Диллон, Б.* Инженерные методы обеспечения надежности систем / Б. Диллон, Ч.Сингх. М.: Мир, 1984.

3. *Александровская, Л. Н.* Статистические методы анализа безопасности сложных технических систем: учебник / Л. Н. Александровская, И. З. Аронов, А.И. Елизаров ; под ред. В.П. Соколова. М. : Логос, 2001.

4. *Сукач, Е. И.* Вероятностно-алгебраический метод моделирования сложных систем / Е. И. Сукач, Д. В. Ратобыльская, В.Н. Кулага // Имитационное моделирование. Теория и практика. ИММОД-2009: материалы IV Всероссийской научно-практической конференции по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности, Санкт-Петербург, 21–23 октября 2009 г. : в 2 т. / ОАО «ЦТСС»; редкол.: А.М. Плотников [и др.]. Санкт-Петербург, 2009. Т. 1. С.187–191.

5 *Ратобыльская, Д. В.* Программная система вероятностно-алгебраического моделирования сложных систем / Д. В. Ратобыльская, Е. И. Сукач // Информационные системы и технологии [Электронный ресурс] : материалы VI Международной конференции-форума, Академия управления при Президенте Республики Беларусь, 24–25 ноября 2010 г. Электрон., текстовые дан. Минск: Вараксин А. Н., 2010. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

Ратобыльская Дарья Викторовна, аспирант кафедры математических проблем управления Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины, ratobylskaya@tut.by

Сукач Елена Ивановна, доцент кафедры математических проблем управления Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины, кандидат технических наук, доцент, elena.sukach@mail.ru

Большакова Галина Ивановна, ассистент кафедры математических проблем управления Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины, mpu@gsu.by