

## БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОРТОДОНТИЧЕСКОГО АППАРАТА ДЛЯ РАСШИРЕНИЯ ВЕРХНЕЙ ЧЕЛЮСТИ

Г. И. Михасев, С. М. Босяков, К. С. Юркевич

**Введение.** Одним из факторов успешного лечения аномалий зубочелюстной системы является исследование биомеханического воздействия ортодонтических аппаратов на перемещаемые зубы [1]. Обзор некоторых теоретических и экспериментальных результатов, полученных в этом направлении, представлен, в частности, в монографии [2]. Здесь указано на важность корректного дозирования нагрузки, создаваемой ортодонтическими аппаратами, поскольку превышение развиваемых ими усилий или их некорректное приложение может привести к патологическим процессам, возникающим в периодонте и парадонте при перемещении зубов. В настоящей работе представлены результаты анализа сосредоточенных сил и моментов сил, создаваемых ортодонтическим аппаратом с четырьмя стержнями и винтом, применяемым для лечения аномалий верхней челюсти.

**Реактивные силы и моменты сил.** Верхняя челюсть с установленным ортодонтическим аппаратом представлена на рис. 1. Аппарат развивает усилия, приводящие к перемещению зубов, за счет раскручивания винта, соединяющего пластинки, к которым прикреплены стержни с коронками, жестко закрепленные на зубах. Верхний конец стержня получает перемещения, равные смещению пластинки аппарата. С учетом этого будем считать, что нижний конец стержня, соединенный с коронкой жестко заделан и при перемещении верхнего конца стержня, создает в точке закрепления реактивную силу и момент сил. Расчетная схема для стержня  $AB$  ортодонтического аппарата представлена на рис. 2.



Рис. 1. Череп с установленным ортодонтическим аппаратом

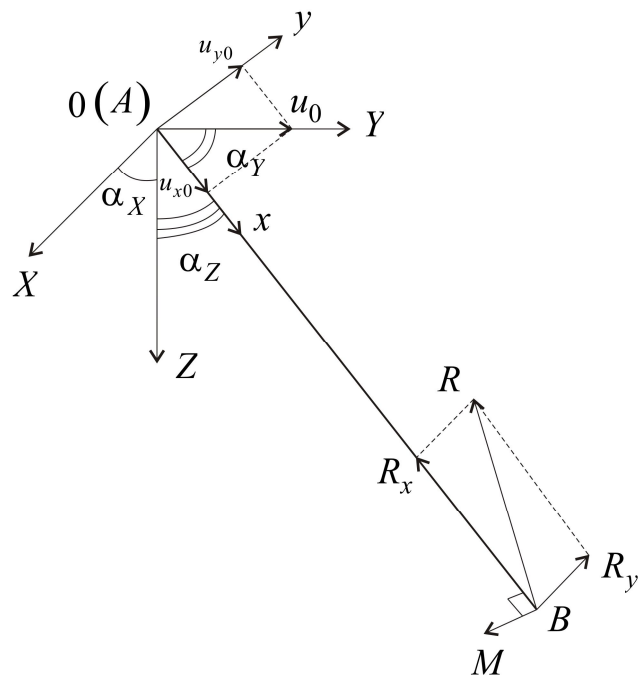


Рис. 2. Расчетная схема для стержня ортодонтического аппарата

На рис. 2 точка  $A$ , совпадающая с началом координат системы  $OXYZ$ , в которой верхний конец стержня прикреплен к пластинке ортодонтического аппарата, при раскручивании винта получает перемещение  $u_0$ , направленное вдоль координатной оси  $OY$ . Для определения

реактивных силы и момента силы, перейдем в координатную плоскость  $xOy$ , проходящую через ось  $OY$  и сам стержень.

Перемещение  $u_y$  вдоль оси  $Oy$  найдем из уравнения поперечного изгиба стержня:

$$EI \frac{\partial^4 u_y}{\partial x^4} - R_x \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} = 0, \quad (1)$$

где  $E$  – модуль упругости;  $I = \frac{1}{4} \pi r^4$  – осевой момент инерции поперечного сечения стержня;  $r$  – радиус поперечного сечения корня;  $R_x = -\frac{1}{l} E s u_{0x}$  – реакция коронки, на-

правленная вдоль оси  $Ox$ ;  $u_{0x} = u_0 \cos(\alpha_Y)$  – полное перемещение точки  $A$  вдоль оси  $Ox$ ;  $s$  – площадь поперечного сечения стержня;  $l$  – длина стержня.

С учетом того, что точка  $B$  жестко закреплена на зубе пациента, граничные условия представим в следующем виде:

$$u_y(0) = u_{0y}, \quad u_y(l) = \frac{\partial u_y(0)}{\partial x} = \frac{\partial u_y(l)}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

Здесь  $u_{0y} = u_0 \sin(\alpha_Y)$  – полное перемещение точки  $A$  вдоль оси  $Oy$ .

Из уравнения (1) при граничных условиях (2) получим:

$$u_y = \frac{u_{0y}}{2(\Phi \cos(\Phi) - \sin(\Phi))} \times \left( \frac{2\Phi}{l}(l-x) \cos(\Phi) - \sin(\Phi) - \sin\left(\frac{\Phi}{l}(l-2x)\right) \right), \quad (3)$$

где  $\Phi = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{u_{0x}s}{I}}$ .

Из выражения (3) с учетом дифференциальных зависимостей между кривизной упругой линии, сосредоточенной силой и изгибающим моментом, будем иметь следующие выражения для реактивных силы и момента сил, возникающих в зубе пациента и действующих в плоскости  $xOy$ :

$$R = \frac{E s u_{0x}}{l} \sqrt{1 + \frac{u_{0x} u_{0y}^2 s \cos^2(\Phi)}{4 I (\Phi \cos(\Phi) - \sin(\Phi))^2}}, \quad (4)$$

$$M = \frac{E u_{0x} u_{0y} s \sin(\Phi)}{2 l (\Phi \cos(\Phi) - \sin(\Phi))^2}. \quad (5)$$

Для определения усилий, развиваемых ортодонтическим аппаратом в медио-дистальном (касательном к зубному ряду), вестибуло-оральном (перпендикулярном касательной к зубному ряду) и вертикальном направлениях, а также моментов сил, возникающих относительно этих направлений, найдем проекции реакции  $R$  на координатные оси системы  $OXYZ$  и реактивные моменты сил, действующие относительно осей этой системы:

$$R_X = -\frac{R \cos(\alpha_X)}{\sqrt{\cos^2(\alpha_X) + \cos^2(\alpha_Z) + \sin^2(\alpha_Y) \cot^2(\alpha_Y + \delta_1)}},$$

$$R_Y = -R \cos(\alpha_Y + \delta_1),$$

$$R_Z = -\frac{R \cos(\alpha_Z)}{\sqrt{\cos^2(\alpha_X) + \cos^2(\alpha_Z) + \sin^2(\alpha_Y) \cot^2(\alpha_Y + \delta_1)}},$$

$$\delta_1 = \arctan\left(\frac{\Phi u_{0y} \cos(\Phi)}{l(\Phi \cos(\Phi) - \sin(\Phi))}\right),$$

$$M_X = M \cos(\alpha_X) \sin(\alpha_Z), \quad M_Y = M \cos(\alpha_Y) \sin(\alpha_Z), \quad M_Z = M \cos(\alpha_Z).$$

Здесь  $\alpha_X$ ,  $\alpha_Y$  и  $\alpha_Z$  – углы между стержнем и осями координат  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$  соответственно. Тогда для реакций  $R_{md}$  (для медио-дистального направления),  $R_{vo}$  (для вестибуло-орального направления),  $R_v$  (для вертикального направления) и моментов сил  $M_{md}$ ,  $M_{vo}$ ,  $M_v$  действующих относительно соответствующих направлений будем иметь:

$$R_{md} = R_X \cos(\delta_2) - R_Y \sin(\delta_2), \quad R_{vo} = R_X \sin(\delta_2) + R_Y \cos(\delta_2), \quad R_v = R_Z,$$

$$M_{md} = M_X \cos(\delta_2) - M_Y \sin(\delta_2), \quad M_{vo} = M_X \sin(\delta_2) + M_Y \cos(\delta_2), \quad M_v = M_Z,$$

где  $\delta_2$  – угол между касательной к зубному ряду и координатной осью  $OX$ .

**Влияние геометрических параметров.** Проведем расчет сил и моментов сил, развиваемых ортодонтическим аппаратом при раскручивании винта в медио-дистальном, вестибуло-оральном и вертикальном направлениях. Будем считать, что расстояние, на которое перемещаются пластинки аппарата  $u_0 = 0.1$  мм. Модуль упругости материала, из которого изготовлены стрежни, составляет  $E = 200$  ГПа, радиус стержня  $r = 1$  мм, длина стержня  $l = 2.5$  см. На рисунках 3 и 4 представлены зависимости реакций, возникающих в медио-дистальном, вестибуло-оральном и вертикальном направлениях при расположении стержня в плоскостях  $YOZ$  ( $\alpha_X = 90^\circ$ ) и  $XOY$  ( $\alpha_Y = 90^\circ$ ), от угла  $\alpha_Y$  и  $\alpha_X$  соответственно. При построении принимаем угол  $\delta_2 = 30^\circ$ . Значения реакций по оси ординат сформулированы в кН.

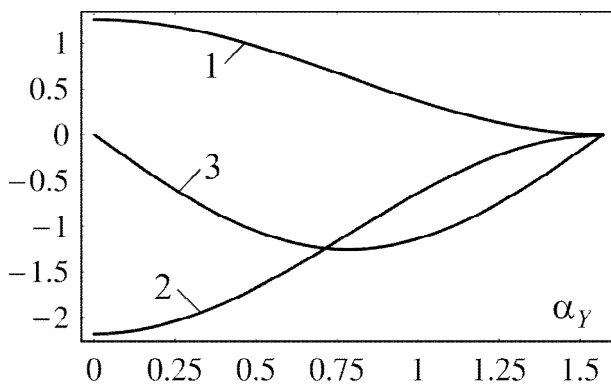


Рис. 3. Зависимости реакций от угла  $\alpha_Y$  при расположении стержня в плоскости  $YOZ$ :  
1 –  $R_{md}$ ; 2 –  $R_{vo}$ ; 3 –  $R_v$

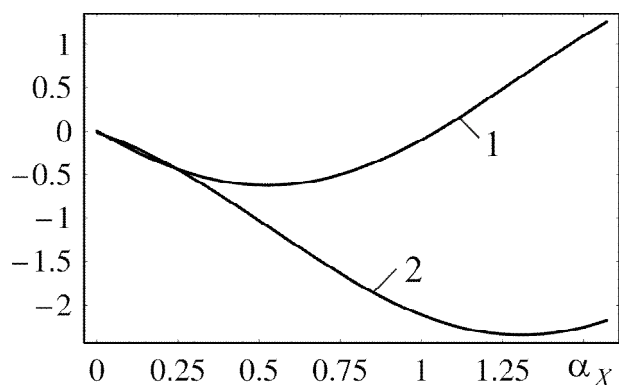


Рис. 4. Зависимости реакций от угла  $\alpha_X$  при расположении стержня в плоскости  $XOY$ :  
1 –  $R_{md}$ ; 2 –  $R_{vo}$

Из рисунка 3 видно, что при расположении стержня в плоскости  $YOZ$  усилия, развиваемые аппаратом в медио-дистальном направлении и вестибуло-оральном, максимальны при  $\alpha_Y = 0$ , причем  $R_{vo} > R_{md}$ . С увеличением угла  $\alpha_Y$  реакции  $R_{md}$  и  $R_{vo}$  уменьшаются до

нулевого значения. Реакция в вертикальном направлении при  $\alpha_Y = 0$  и  $\alpha_Y = 90^\circ$  равна нулю; максимальное значение реакции  $R_v$  наблюдается при  $\alpha_Y = 45^\circ$ .

Как следует из рис. 4, при расположении стержня в плоскости  $XOY$  с увеличением угла  $\alpha_X$  усилия, развиваемые аппаратом в медио-дистальном и вестибуло-оральном направлениях, также возрастают от нуля до максимальных значений. Реакция  $R_v$  для любых значений угла  $\alpha_X$  равна нулю.

При увеличении радиуса поперечного сечения стержня усилия, развиваемые ортодонтическим аппаратом по всем направлениям, резко возрастают, при увеличении длины стержня – убывают.

Визуализация зависимостей для реактивных моментов сил, возникающих относительно медио-дистального и вестибуло-оральном направлений, а также относительно оси  $OZ$  проведена на рис. 5 и 6 (значения моментов сил по оси ординат приведены в Н·м). При построении принимаем прежние числовые данные.

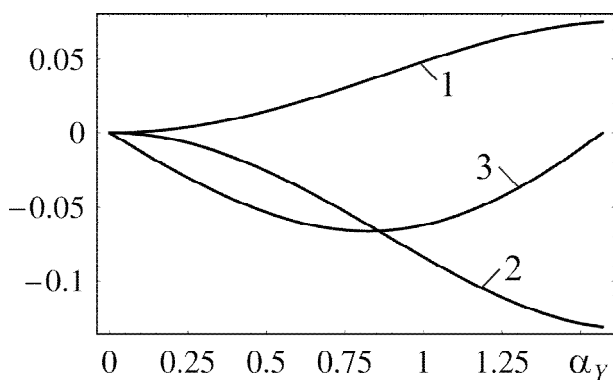


Рис. 5. Зависимости реактивных моментов сил от угла  $\alpha_Y$  при расположении стержня в плоскости  $YOZ$ :  
1 –  $M_{md}$ ; 2 –  $M_{vo}$ ; 3 –  $M_v$

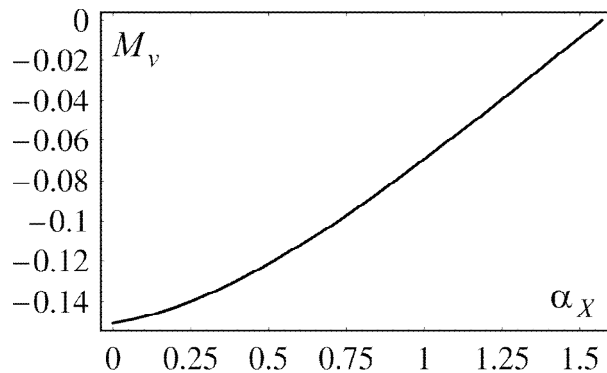


Рис. 6. Зависимость реактивного момента сил  $M_v$  от угла  $\alpha_X$  при расположении стержня в плоскости  $XOY$

Из рис. 5 видно, что при расположении стержня в плоскости  $YOZ$  при  $\alpha_Y = 0$  все реактивные моменты равны нулю. С увеличением  $\alpha_Y$  моменты сил  $M_{md}$  и  $M_{vo}$  возрастают по абсолютной величине. Момент сил  $M_v$ , так же как и реакция  $R_v$ , достигает максимального значения при  $\alpha_Y = 45^\circ$ , а затем становится равным нулю при  $\alpha_Y = 90^\circ$ . В случае, когда стержень располагается в плоскости  $XOY$ , отличным от нуля является только момент сил, возникающий относительно координатной оси  $OZ$ , причем при  $\alpha_X = 90^\circ$  момент  $M_v$  также принимает нулевое значение.

Анализ аналогичных зависимостей, построенных для различных радиусов поперечного сечения и длин стержней, показывает, что с увеличением  $r$  и  $L$  реактивные моменты возрастают и убывают соответственно.

**Заключение.** Полученные в работе результаты численных расчетов силовых факторов, действующих на зуб при перемещении пластинок ортодонтического аппарата, показывают, что значения моментов сил, значительно меньше величин сил давления. Поэтому можно сделать вывод о том, что повороты зубов в ходе ортодонтического лечения рассматриваемым аппаратом обусловлены не конструкцией самого аппарата, а теми моментами, которые создают силы давления. Эти моменты сил будут принимать тем большие значения, чем больше рас-

стояние от точки закрепления стержня на коронке до соответствующего центра сопротивления зуба. Также следует отметить, что не следует пренебрегать моментами сил, действующих на зуб со стороны стержня ортодонтического аппарата, поскольку из-за малой жесткости периодонта при поворотах корня [3], действие даже незначительных моментов сил может привести к появлению достаточно высоких углов поворота зуба относительно первоначального положения. Это тем более следует при атрофии костной ткани, приводящей к существенному снижению жесткостей периодонта.

Работа выполнена при поддержке Государственного комитета по науке и технологиям Республики Беларусь (проект «Разработать методику автоматизированного проектирования и оптимизации конструкций зубочелюстных протезов и ортодонтических аппаратов при аномалиях и деформациях челюстно-лицевой области, обусловленных расщелинами губы и неба, с применением универсальных CAD/CAE/CAM-систем»).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Хорошилкина Ф. Я., Малыгин Ю. М. Основы конструирования и технология изготовления ортодонтических аппаратов. М.: Медицина, 1977. – с.
2. Маилян П. Д. Новые средства ортодонтического лечения. – Коломна: Коломенская типография, 1998. – 124 с.
3. Наумович С. А., Крушевский А. Е. Биомеханика системы зуб – периодонт. – Мн.: Экономические технологии. 2000. 132 с.

Михасев Г. И., Босяков С. М., Юркевич К. С.

**Биомеханическое моделирование ортодонтического аппарата для расширения верхней челюсти //**

В работе представлены результаты расчета силовых факторов, действующих на зуб со стороны стержня ортодонтического аппарата, предназначенного для расширения верхней челюсти. Выполнен численный расчет реактивных сил и моментов сил для расположений стержня аппарата в двух координатных плоскостях. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании конструкций ортодонтических аппаратов с учетом индивидуальных особенностей пациентов, а также для вычислений перемещений корня зуба в ходе ортодонтического лечения и напряжений, возникающих в периодонте и костной ткани.