ПОСТРОЕНИЕ ЭЙЛЕРОВА ПОКРЫТИЯ С УПОРЯДОЧЕННЫМ ОХВАТЫВАНИЕМ ДЛЯ ПЛОСКОГО ГРАФА С ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ ГРАНЯМИ

Т.А. Панюкова

Южно-Уральский государственный университет,
пр. Ленина 76, 454080, Челябинск, Россия
kwark@mail.ru

В автоматизированной системе технологической подготовки процессов раскроя листового материала математической моделью раскройного плана является плоский граф. Целью моделирования является определение такой кратчайшей траектории режущего инструмента, чтобы отрезанная от листа часть не требовала дополнительных разрезаний. Формально такие траектории определены как покрытия с упорядоченным охватыванием для плоского графа [1]. Пусть на плоскости S задан плоский граф $G = (V, E)$, и пусть f_0 — внешняя (бесконечная) грань графа G. Для любого подмножества $J \subset G$ обозначим через $\text{Int}(J)$ подмножество S, являющееся объединением всех связных компонент множества $S \backslash J$, не содержащих внешней грани f_0. Соответствующие определения эйлерова покрытия с упорядоченным охватыванием приведены в [2]. Доказательство существования решения данной задачи [3] является конструктивным и содержит эффективный алгоритм для построения покрытия цепями с упорядоченным охватыванием. Вычислительная сложность такого алгоритма не превышает $O(|E| \cdot \log_2 |V|)$ операций.

Для реализации алгоритма из работы [1], каждое ребро e графа G, представляющего раскройный план, должно быть закодировано с использованием функций $v_1(e)$, $v_2(e)$, $l_1(e)$, $l_2(e)$. Функции $v_k(e)$, $k = 1, 2$ представляют вершины, инцидентные ребру e, $f_k(e)$, $k = 1, 2$ — грани, которые находятся слева при движении по ребру e от вершины $v_k(e)$ к $v_{3-k}(e)$, и $l_k(e)$, $k = 1, 2$ — ребра, инцидентные граням $f_k(e)$.

На практике часто необходимо выполнять негильотинный прямоугольный раскрой. В этом случае кодировка раскройного плана осуществляется заданием для каждого объекта координат левого верхнего и правого нижнего углов. Заметим, что плоский граф, соответствующий предложенному раскройному плану содержит только вершины степени 2, 3 и 4 и в общем случае является многосвязным. Очевидно, что вершинами графа с учетом кратности будут все вершины прямоугольников и только они. Вертикальные и горизонтальные отрезки, соединяющие пары соседних вершин, являются ребрами графа. Можно уменьшить число ребер, удалив вершины степени два и объединив инцидентные этим вершинам ребра. Однако полученный гомеоморфный граф представляет лишь теоретический интерес.

В докладе предлагается алгоритм преобразования информации о раскройном плане к виду, удобному для нахождения покрытия последовательностью цепей с упорядоченным охватыванием. Программная реализация данного алгоритма в комплексе с разработанной ранее компьютерной программой "Eulerian Cover Constructor" [4], позволяет найти покрытие цепями с упорядоченным охватыванием для любого прямоугольного раскройного плана.

Литература

1. *Panyukova T.* Cover with Ordered Enclosing for Flat Graphs // Electronic Notes in Discrete Mathematics. 2007. N. 28. P. 17–24.

2. *Panyukova T.* Chain sequences with ordered enclosing // Journal of Computer and System Sciences International. 2007. V. 46, N. 1. P. 83–92.

3. *Панюкова Т.А.* Обходы с упорядоченным охватыванием в плоских графах // Дискретный анализ и исследование операций. Новосибирск: Сер. 2. 2006. Т.13, №2. С. 31–43.

4. *Панюкова Т.А.* Программное обеспечение для построения цепей с упорядоченным охватыванием // Труды 38-й Региональной молодежной конференции "Проблемы теоретической и прикладной математики". Екатеринбург: УрО РАН, 2008. С. 360–365.