О СЛОЖНОСТИ АППРОКСИМАЦИИ ЗАДАЧИ О НЕЗАВИСИМОМ ДОМИНИРУЮЩЕМ МНОЖЕСТВЕ В КЛАССЕ $2P_3$-СВОБОДНЫХ СОВЕРШЕННЫХ ГРАФОВ

Ю.Л. Орлович [1], **В.С. Гордон** [2], **Д. Де Верра** [3]

[1] Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики,
Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь
orlovich@bsu.by

[2] Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси,
Сурганова 6, 220012 Минск, Беларусь
gordon@newman.bas-net.by

[3] Федеральная политехническая школа Лозанны (EPFL), CH-1015, Швейцария
dominique.dewerra@epfl.ch

Задача о независимом доминирующем множестве возникает при анализе систем взаимосвязанных объектов, в частности, при проектировании коммуникационных сетей или размещении оборудования. В ней минимизируется число попарно несмежных вершин графа, которые образуют такое подмножество X вершин, что любая вершина вне X смежна хотя бы с одной вершиной из X. Различные интерпретации этой задачи приведены в [1].

Пусть G - граф с множеством вершин $V(G)$ и множеством ребер $E(G)$. Граф называется *совершенным*, если для любого его порожденного подграфа хроматическое число и размер наибольшей клики равны. Граф называется *слабо хордальным*, если ни он, ни его дополнение не содержат простых циклов на k вершинах, где $k \geqslant 5$, в качестве порожденных подграфов. Граф G называется *H-свободным*, если он не содержит порожденных подграфов, изоморфных графам из множества H. Ниже рассматривается класс *$2P_3$-свободных* графов, где через $2P_3$ обозначается дизъюнктное объединений двух цепей P_3. Подмножество I вершин графа G называется *независимым*, если никакие две вершины из I не смежны. Подмножество $I \subseteq V(G)$ называется *доминирующим*, если каждая вершина из $V(G) \setminus I$ смежна с некоторой вершиной из I. Подмножество вершин графа называется *независимым доминирующим*, если оно является как независимым, так и доминирующим. Наименьшее по мощности независимое доминирующее множество называется *наименьшим* независимым доминирующим множеством. Число вершин в наименьшем независимом доминирующем множестве графа G называется *числом независимого доминирования* графа и обозначается через $i(G)$. Оптимизационная версия задачи Независимое Доминирующее Множество состоит в нахождении числа независимого доминирования $i(G)$ графа G.

Доказана следующая теорема.

Теорема 1. *При условии* $\mathrm{P} \neq \mathrm{NP}$ *задачу* Независимое Доминирующее Множество *в классе $2P_3$-свободных слабо хордальных графов порядка n нельзя аппроксимировать за полиномиальное время с точностью до $n^{1-\varepsilon}$ для любого $\varepsilon > 0$.*

Поскольку слабо хордальные графы составляют подкласс совершенных графов [2], теорема 1 верна в классе $2P_3$-свободных совершенных графов. В качестве очевидного следствия из теоремы 1 получаем следующее утверждение.

Следствие 1. *При условии* $\mathrm{P} \neq \mathrm{NP}$ *для задачи* Независимое Доминирующее Множество *в классе $2P_3$-свободных слабо хордальных графов не существует полиномиального алгоритма с константным приближением.*

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке БРФФИ (проект Ф08МС-027).

Литература

1. *Haynes T.W., Hedetniemi S.T., Slater P.J.* Fundamentals of domination in graphs. Marcel Dekker, 1998.
2. *Hayward R.B.* Weakly triangulated graphs // J. Combin. Theory Ser. B. 1985. V. 39, N. 3. P. 200–208.