О КОНЕЧНОЙ ХАРАКТЕРИЗУЕМОСТИ РЕБЕРНЫХ ГРАФОВ ГИПЕРГРАФОВ ОГРАНИЧЕННЫХ РАНГА И КРАТНОСТИ В КЛАССЕ РАСЩЕПЛЯЕМЫХ ГРАФОВ

Ю.М. Метельский [1], **К.Н. Щемелева** [2]

[1] Белгосуниверситет, механико-математический факультет,
Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь
metelsky@bsu.by

[2] Ecole Nationale Sup é rieure des Mines de Saint-Etienne,
158, cours Fauriel, 42023 Saint-Etienne cedex 2, France
shchemeleva@emse.fr

В работе рассматриваются конечные неориентированные графы без петель и кратных ребер. Множества вершин и ребер (гипер)графа H обозначаются $V(H)$ и $E(H)$ соответственно. *Рангом* гиперграфа H называется число $\operatorname{rank}(H) = \max\limits_{E\in E(H)} |E|$; *кратность пары вершин* u, v гиперграфа H — это число $\mathrm{m}(u,v) = |\{E \in E(H) : u, v \in E\}|$; $\mathrm{m}(H) = \max\limits_{u,v\in V(H)} \mathrm{m}(u,v)$ — *кратность* гиперграфа.

Реберный граф $L(H)$ гиперграфа H задается условиями: $V(L(H)) = E(H)$, и две вершины смежны в $L(H)$, если и только если соответствующие ребра из H пересекаются. Для целых чисел $r \geqslant 2$ и $m \geqslant 1$ введем обозначение $L_r^m = \{L(H) : \operatorname{rank}(H) \leqslant r,\ \mathrm{m}(H) \leqslant m\}$.

Класс L_r^m — наследственный и, значит, может быть охарактеризован посредством списка запрещенных порожденных подграфов. Отметим, что существование конечной характеризации в терминах запрещенных порожденных подграфов для наследственного класса влечет существование полиномиального алгоритма распознавания графов из этого класса.

Класс L_2^m для любого m характеризуется конечным списком запрещенных порожденных подграфов. (Такие характеризации для случаев $m = 1$, $m \geqslant 2$ — фиксированное целое число, $m = \infty$ получены в работах [1], [2] и [3] соответственно.)

Известно, что задача распознавания "$G \in L_r^1$" при фиксированном $r \geqslant 3$ является NP-полной [4]. Поэтому для класса L_r^1 ($r \geqslant 3$) не существует конечной характеризации в терминах запрещенных порожденных подграфов. Сложность задачи распознавания "$G \in L_r^m$", $r \geqslant 3$, $m \geqslant 2$, пока неизвестна. Однако в [5] доказано, что класс L_3^m для любого $m \geqslant 2$ не характеризуется конечным списком запрещенных порожденных подграфов.

Граф G называется *расщепляемым*, если существует разбиение множества его вершин $V(G) = C \cup S$ на клику C и независимое множество S. В [6] показано, что для каждого фиксированного $r \geqslant 3$ графы из L_r^1 характеризуются конечным списком запрещенных порожденных подграфов в классе расщепляемых графов. Здесь доказывается аналогичный факт для класса L_r^m при любых фиксированных $r \geqslant 3$, $m \geqslant 2$.

Литература

1. *Beineke L.W.* Derived graphs and digraphs // Beitrage zur Graphentheorie. Leipzig. 1968. P. 17–33.

2. *Ташкинов В.А.* Характеризация реберных графов p-графов // Тезисы докладов 5-й Всесоюзной конференции по проблемам теоретической кибернетики. Новосибирск. 1980. С. 135–137.

3. *Bermond J.C., Meyer J.C.* Graphs representatif des arêtes d'un multigraphe // J. Math. Pures Appl. 1973. V. 52 P 299 308.

4. *Hliney P., Kratochvil J.* Computational complexity of the Krausz dimension of graphs // Lecture Notes in Computer Sciences. 1997. № 1335. С. 214–228.

5. *Левин А.Г., Тышкевич Р.И.* Реберные гиперграфы // Дискретная математика. 1993. Т. 5. № 1. С. 112–129.

6. *Метельский Ю.М.* Расщепляемые реберные графы от гиперграфов ограниченного ранга // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 1997. № 3. С. 117–122.