

ДЕКОМПОЗИЦИЯ И СПЕЦИАЛЬНЫЕ РАСКРАСКИ ГРАФОВ

О.В. Максимович, Р.И. Тышкевич

Белгосуниверситет, механико-математический факультет,

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

aleh.maksimovich@gmail.com, tyshkevich@bsu.by

Нормальная форма доминантно-порогового графа. Класс доминантно-пороговых графов является ближайшим расширением широко известного и важного класса пороговых графов [1], весьма полезного для ряда разделов теории и приложений. Оба эти класса графов и некоторые их применения детально описаны в монографии [2].

Нами был введен новый тип декомпозиции доминантно-пороговых графов, который был назван нормальной формой доминантно-порогового графа. Доказана единственность нормальной формы и на этой базе был разработан линейный алгоритм нахождения нормальной формы доминантно-пороговых графов исходя из степенной последовательности графа. Кроме этого было доказано, что доминантно-пороговые графы с одинаковыми степенными последовательностями изоморфны, хотя, в отличие от пороговых графов, они не обязаны быть униграфами.

$L(2, 1)$ -раскраска доминантно-пороговых графов. Впервые задача о $L(2, 1)$ - или λ -раскраске появилась, по-видимому, в [3] и [4] как математическая модель распространенной прикладной задачи присвоения радиочастот (целых чисел) передатчикам так, чтобы передатчики, близкие друг к другу, получили разные частоты; а очень близкие друг к другу получили частоты, различающиеся как минимум на 2. В задаче требуется минимизировать использованный диапазон частот, т.е. разность между наибольшим и наименьшим присвоенными значениями частоты.

Сегодня уже имеется ряд глубоких результатов, связанных с λ -раскрасками. В частности, доказана NP -полнота задачи распознавания " $\lambda(G) \leq c$ " при фиксированном $c \geq 4$ и выделены некоторые специальные классы графов, для которых эта задача остается NP -полной [3, 5]. Отметим еще весьма содержательный обзор [6].

В нашей работе рассматривается задача инъективной λ -раскраски, которая почти для всех графов совпадает с исходной задачей. Мы приводим новую интерпретацию задачи инъективной раскраски как оптимизационной задачи на множестве перестановок вершин графа. Используя декомпозицию доминантно-порогового графа (нормальную форму), был разработан алгоритм решающий обе задачи в классе доминантно-пороговых графов за время $O(n + m)$. Применительно к пороговым графам этот алгоритм действует аналогично алгоритму из [7] и находит решение за то же время $O(n)$, однако, у нас он иначе организован и обоснован.

Работа выполнена в Белорусском государственном университете в рамках Государственной программы фундаментальных исследований "Математические модели" (2006- 2010 гг.).

Литература

1. Chvatal V., Hammer P.L. Research Report CORR 73-21, University Waterloo, 1973.
2. Mahadev N.V.R., Peled U.N. Threshold Graphs and Related Topics. Elsevier, 1995.
3. Griggs J.R., Yeh R.K. Labelling graphs with a condition at distance 2 // SIAM Journal of Discrete Mathematics. 1992. V. 5, N. 4. P. 586-595.

4. *Yeh R.K.* Labelling graphs with a condition at distance two. Ph.D. Thesis, Department of Mathematics, University of South Carolina, 1990.

5. *Fiala J., Kloks T., Kratochvil J.* Fixed-Parameter Complexity of λ -Labelings // Lecture Notes in Computer Science. 1999. V. 1665. P. 350–363.

6. *Yeh R.K.* A survey on labelling graphs with a condition at distance two // Discrete Mathematics. 2006, V. 306. P. 1217–1231.

7. *Calamoneri T., Petrechi R.* λ -Coloring matrogenic graphs // Discrete Applied Mathematics, 2006, V. 154. P. 2445–2457.