К ПРОБЛЕМЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ

О.А. Зубова

Санкт-Петербургский государственный университет,
Библиотечная пл 2, 198104 Старый Петергоф, Россия
a_v_zubov@mail.ru

Пусть в пространстве $\mathbb{R}^n$ заданы три множества точек:

$$A = \{a_i \mid i \in I \stackrel{def}{=} 1:N_1\}, \quad B = \{b_j \mid j \in J \stackrel{def}{=} 1:N_2\}, \quad C = \{c_k \mid k \in K \stackrel{def}{=} 1:N_3\}.$$

Рассмотрим задачу разделения этих множеств при помощи двух параллельных гиперплоскостей, задаваемых уравнениями:

$$r(x,\bar{l}_1) = 0, \quad r(x,\bar{l}_2) = 0,$$

где $r(x,\bar{l}_i) = (x,l) + d_i$; $\bar{l}_i = [d_i, l]$, $l, x \in \mathbb{R}^n$, $d_i \in \mathbb{R}$, $\|l\| = 1$, $i = \overline{1,2}$

Решение задачи идентификации заключается в построении определенного решающего правила (РП), которое позволит отнести любую точку y из пространства $\mathbb{R}^n$ к тому или иному множеству. Будем искать РП вида

$$\left\{\begin{array}{l} r(x,\bar{l}_1) < 0 \ \Rightarrow y \in A, \\ \left\{\begin{array}{l} r(x,\bar{l}_1) > 0 \\ r(x,\bar{l}_2) < 0 \end{array}\right. \Rightarrow y \in B, \\ r(x,\bar{l}_2) > 0 \Rightarrow y \in C. \end{array}\right. \tag{1}$$

Заметим, что РП вида (1) однозначно определяется набором параметров (d_1, d_2, l).

Для того чтобы оценить, насколько прочно РП (1) идентифицирует точки пространства, введем два функционала

$$F_1(d_1,d_2,l)=\sum_{i\in I}\max\{0,r(a_i,\bar{l}_1)\}+\sum_{j\in J}\max\{0,r(b_j,\bar{l}_2),-r(b_j,\bar{l}_1)\}+\sum_{k\in K}\max\{0,r(c_k,\bar{l}_2)\},\quad (2)$$

$$F_2(d_1,d_2,l)=\frac{1}{2}\Bigg[\sum_{i\in I}(\max\{0,r(a_i,\bar{l}_1)\})^2+\sum_{j\in J}(\max\{0,r(b_j,\bar{l}_2),-r(b_j,\bar{l}_1)\})^2+$$

$$+\sum_{k\in K}(\max\{0,r(c_k,\bar{l}_2)\})^2\Bigg].\quad (3)$$

Оба функционала, F_1 и F_2, являются выпуклыми. Более того, функционал F_2 является гладким.

Функционал (2), как и функционал (3), условно говоря, является величиной ошибки в случае некорректной идентификации, а именно, $F_1(d_1,d_2,l)$ есть сумма расстояний от неверно идентифицированных точек до соответствующих гиперплоскостей, а $F_2(d_1,d_2,l)$ половина суммы квадратов этих расстояний. Поэтому будем считать РП (1) тем лучше, чем меньше значение функционала F_1, либо F_2, для заданного набора параметров.