

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ МНОГОИНДЕКСНОЙ АКСИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ О НАЗНАЧЕНИЯХ

С.А. Дичковская

РУП "БелФармация", ул. Хоружей 11, Минск, Беларусь
dichkovskaya@mail.ru

К p -индексной ($p \geq 2$) аксиальной задаче о назначениях (p -АЗН) порядка n сводятся многочисленные задачи экономики, управления и проектирования. Известно, что она даже при $p = 3$ является NP -трудной. В связи с этим представляет несомненный интерес разработка малотрудоемких приближенных алгоритмов, решающих задачу за полиномиальное время, и обоснование оценок их качества на определенных классах входных данных. Постановка p -АЗН порядка n заключается в минимизации целевой функции

$$f(X) = \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n \dots \sum_{i_p=1}^n c_{i_1 i_2 \dots i_p} x_{i_1 i_2 \dots i_p}$$

при условиях

$$\sum_{i_1=1}^n \dots \sum_{i_{s-1}=1}^n \sum_{i_{s+1}=1}^n \dots \sum_{i_p=1}^n x_{i_1 i_2 \dots i_p} = 1 \quad \forall i_s \in N_n, \quad \forall s \in N_p,$$

$$x_{i_1 i_2 \dots i_p} = 0 \text{ или } 1 \quad \forall (i_1, i_2, \dots, i_p) \in N_n^p,$$

где $C = \|c_{i_1 i_2 \dots i_p}\|_n$ — заданная p -индексная матрица порядка n , $p \geq 2$, $N_n = \{1, 2, \dots, n\}$, N_n^p — декартово произведение p множеств, каждое из которых равно N_n .

В работе [1] разработаны полиномиальные алгоритмы $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{p-1}$, нахождения асимптотически оптимального решения p -АЗН, использующие общеизвестную схему "жадных" эвристик. В настоящем сообщении для 3-АЗН, 4-АЗН и 5-АЗН представлены результаты вычислительных экспериментов по исследованию этих алгоритмов и одного нового алгоритма β . Исходная информация для проведения вычислительных экспериментов формировалась посредством датчика случайных чисел, настроенного на работу с числами, распределенными по равномерному, экспоненциальному и нормальному законам.

Тестовые задачи формировались следующим образом [2]: равномерное распределение в интервале от 0 до 1 было сгенерировано, используя стандартную функцию `gandom`; экспоненциальное распределение определялось как $y = -\ln x$, где x — случайная величина с равномерным распределением в интервале от 0 до 1; нормальное распределение определялось с помощью полярного метода.

Алгоритмы $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{p-1}$ и β были программно реализованы на языке Object Pascal (в среде Delphi). По ним проведены вычислительные эксперименты с использованием двухпроцессорного сервера с Pentium 4, 3, 2 ГГц, 2 Гб. Для каждого алгоритма и каждого распределения было решено по 25000 задач (по 1000 задач при фиксированных $n \in \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150\}$) для 3-АЗН и при фиксированных $n \in \{10, 20, 30, 40, 50\}$ для 4-АЗН и 5-АЗН).

Результаты вычислительных экспериментов, проведенные на тестовых задачах, показали, что средние значения целевых функций на планах, построенных с помощью алгоритмов $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{p-1}$ и β , уменьшаются с ростом n .

Литература

1. Кравцов В.М. Полиномиальные алгоритмы нахождения асимптотически оптимального решения многоиндексной аксиальной проблемы выбора // Кибернетика и системный анализ, 2005. №6. С. 176–181.
2. Grundel D.A., Oliveira C.A.S., Pardalos P.M., Pasiliao E.L. Asymptotic Results for Random Multidimensional Assignment Problems // Computational Optimization and Applications. 2005. V. 31, N. 3. P. 275–293.