

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

О ДЕКОМПОЗИЦИИ ЗАДАЧИ НАХОЖДЕНИЯ МЕДИАНЫ КЕМЕНИ – СНЕЛЛА

П.П. Антосяк¹, А.Ф. Волошин²

¹ УжНУ, математический факультет, Университетская 14, 88000, Ужгород, Украина
antosp@ukr.net

² КНУ им. Т. Шевченко, факультет кибернетики, пр. акад. Глушкова 6, 03022, Киев, Украина
ovoloshin@unicyb.kiev.ua

Задача коллективного выбора относится к одной из основных задач экспертного оценивания [1]. Среди задач принятия решений эта проблема выделяется большим количеством конкретных применений, к ней сводится большое количество практических задач, возникающих в проектировании технических устройств, усреднении индивидуальных мнений в социологии, принятии коллективных решений в политике и т.п [1, 2].

Пусть на фиксированном множестве объектов $O = \{o_1, \dots, o_n\}$ экспертами, нормированные коэффициенты компетентности α_l , $l \in L = \{1, \dots, m\}$, которых известны, заданы матрицы парных сравнений P^l , $l \in L$. Элементы $p_{ij}^l \in \{-1, 0, 1\}$ матриц P^l – это результат сравнения l -м экспертом объектов o_i и o_j , $i, j \in I = \{1, \dots, n\}$, $i \neq j$: $p_{ij}^l = 1$, если по мнению l -го эксперта объект o_i предпочтительнее o_j , иначе $p_{ij}^l = -1$; $p_{ij}^l = 0$, если объекты равноценны.

Рассматривается задача построения на основе заданных индивидуальных предпочтений строгого результирующего ранжирования в виде медианы Кемени – Снелла [1]: определить $P^* \subseteq \text{Arg min} \sum_{l=1}^m \alpha_l d(P, P^l)$ на множестве ациклических матриц \tilde{P} , где d – расстояние Хеминга. В [3] эта задача сводится к следующей комбинаторной задаче:

$$(i_1^*, \dots, i_n^*) \in \text{Arg max}_{(i_1, \dots, i_n) \in \Omega} \left\{ F(i_1, \dots, i_n) = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n a_{i_k i_j} \right\}, \quad (1)$$

где $a_{i_k i_j} = \sum_{l \in L} \alpha_l p_{i_k i_j}^l$, Ω – множество всех возможных перестановок множества индексов I ; (i_1, \dots, i_n) – элемент множества Ω (вариант задачи (1)).

Предлагается декомпозиционный алгоритм решения задачи (1). Приводится достаточное условие декомпозиции, учитывающее выполнение необходимых условий оптимальности задачи [3], а также достаточные условия декомпозиции задачи (1), основанные на процедурах локализации интервалов изменения оптимальных рангов объектов. Представлены результаты экспериментальных исследований предложенных подходов на задачах большой размерности. В частности, рассматриваются задачи агрегирования информации при построении рейтингов вузов и банков (такие задачи требуют рассмотрения сотен и тысяч объектов). Исследования проводились с использованием ресурса высокоэффективных вычислительных кластерных систем СКИТ-1 и СКИТ-2 Института кибернетики имени В.М.Глушкова НАН Украины [4].

Литература

1. Волошин О.Ф., Мащенко С.О. Теорія прийняття рішень. Київ: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2006. 304 с.

2. Антосяк П.П., Волошин А.Ф. Проблемы принятия коллективных социально-значимых решений // Proceeding of the XI-th International Conference "Knowledge-Dialogue-Solution", June 20-25, 2006, Varna (Bulgaria). Sofia, FOI-COMMERCE-2006. P. 153-157.

3. Антосяк П.П. До правил голосування Кондорсе і Борда // Вісник Київського університету. Сер. Фіз.-мат. науки. 2007. № 4. С. 50-55.

4. Koval V., Ryabchun S., Savyak V., Sergienko I., Yakuba A. SCIT — Ukrainian supercomputer project // Proceeding of the X-th International Conference "Knowledge-Dialogue-Solution", June 22-27, 2005, Varna (Bulgaria). Sofia, FOI-COMMERCE-2005. P. 107-112.