

ОБ ОЦЕНИВАНИИ НЕИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ БИНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Е.Н. Орлова

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

orlova@bsu.by

В предлагаемом докладе рассматривается задача оценивания неизвестных параметров бинарной случайной последовательности по имеющимся наблюдениям.

Пусть $Y = \{y_n : y_n \in \{0, 1\}, n = 1, 2, \dots, N\}$ — случайная последовательность, такая, что для любого $n \in \{1, 2, \dots, N\}$

$$y_n = (x_n + \xi_n) \bmod 2, \quad (1)$$

где $X = \{x_n; n = 1, 2, \dots, N\}$ — периодическая детерминированная бинарная последовательность, период T которой неизвестен, а $\Xi = \{\xi_n; n = 1, 2, \dots, N\}$ — бинарная случайная последовательность, подчиняющаяся закону распределения Бернулли:

$$P\{\xi_n = 1\} = 1 - P\{\xi_n = 0\} = p, \quad (2)$$

где о вероятности успеха p известно только то, что $p \neq 1/2$. Будем называть подпоследовательность $X_T = \{x_1, x_2, \dots, x_T\}$ опорной последовательностью для X . Необходимо по наблюдениям Y построить оценки периода T , вероятности p и X_T .

Решение поставленной задачи проводится в несколько последовательных этапов. На первом этапе вычисляется оценка $\hat{T}$ неизвестного периода T методами спектрального анализа [1]. Далее, приняв значение периода равным $\hat{T}$, методом максимального правдоподобия определяются оценки $\hat{p}$ и $\hat{X}_T = \{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_T\}$ параметров p и $X_T = \{x_1, x_2, \dots, x_T\}$.

Теорема 1. Оценка вероятности p закона распределения Бернулли, определяющего случайную последовательность Ξ , равна:

$$\hat{p} = \frac{S}{N} = \frac{1}{N} \left(\sum_{n=1}^N y_n + \sum_{l=0}^L -1 \sum_{t=0}^{\hat{T}} x_t (1 - 2y_{lT+t}) + \sum_{t=1}^M x_t (1 - 2y_{lT+t}) \right), \quad (3)$$

где $\hat{T}$ — оценка периода детерминированной последовательности X , а $L = [N/\hat{T}]$, $M = N - L\hat{T}$.

Теорема 2. Пусть $u = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y_n$, тогда оценки элементов опорной последовательности $X_{\hat{T}} = \{x_1, x_2, \dots, x_{\hat{T}}\}$, длина которой выбирается равной оценке $\hat{T}$ периода T , определяются по следующему правилу:

для $u \in (0, 1/2)$

$$\hat{x}_t = \begin{cases} 1, & \text{если } L - 2 \sum_{l=0}^{L-1} y_{lT+t} < 0, \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases} \quad (4)$$

для $u \in (1/2, 1)$

$$\hat{x}_t = \begin{cases} 1, & \text{если } L - 2 \sum_{l=0}^{L-1} y_{lT+t} > 0, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases} \quad (5)$$

где $t = 1, 2, \dots, \hat{T}$, а $L = [N/\hat{T}]$.

В докладе приведены результаты численных экспериментов на модельных данных, которые позволяют сделать вывод о зависимости точности оценок от уровня зашумления.

Литература

1. Бриллинджер Д. Временные ряды. Обработка данных и теория. М.: Мир, 1980.