ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РАНГОВЫХ КРИТЕРИЕВ БЕЗ ПРОЦЕДУРЫ УПОРЯДОЧЕНИЯ

В.И. Никитенок

Военный факультет БГУ,
Октябрьская 4, 220030 Минск, Беларусь
nikitsvi@bsu.by

Рассмотрим случай двух выборок. Пусть на интервале $[0, T_1]$ задан один пуассоновский поток n точек с интенсивностью λ_1, а на интервале $[0, T_2]$ — другой пуассоновский поток с таким же количеством n точек, но с другой интенсивностью $\lambda_2 > \lambda_1$. Автором доказано, что каждый из потоков можно представить как результат упорядочения гипотетических элементов выборок соответственно из равномерных распределений с плотностями:

$$f_1(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{T_1} \approx \dfrac{\lambda_1}{n} & \text{при } 0 < t < T_1, \\ 0 & \text{при } t \leqslant 0, \quad t \geqslant T_1, \end{cases} \tag{1}$$

$$f_1(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{T_2} \approx \dfrac{\lambda_2}{n} & \text{при } 0 < t < T_2, \\ 0 & \text{при } t \leqslant 0, \quad t \geqslant T_2. \end{cases} \tag{2}$$

Теперь образуем суперпозицию потоков. Очевидно, что: 1) простое совмещение пуассоновских потоков дает общий вариационный ряд, получаемый, что очень важно для практических приложений, минуя операции запоминания и упорядочения; 2) в объединенном вариационном ряду уже содержится информация о рангах элементов первой выборки. Это позволяет: 1) обеспечивать работу К-выборочных ранговых процедур принятия решений в реальном масштабе времени, т.к. исключены операции запоминания и упорядочения элементов выборок; 2) используя поступающие для обработки и объединенный пуассоновские потоки, довольно просто интерпретировать на языке радиотехнических элементов известные двувыборочные ранговые процедуры принятия решений. Оценку эффективности ранговых критериев без процедуры упорядочения рассмотрим, используя расстояние Бхаттачария и величину питмэновской асимптотической относительной эффективности. Очевидно, чем больше расстояние Бхаттачария, тем на большую эффективность можно рассчитывать при проверке статистических гипотез. Сравним это расстояние для представленных выше экспоненциальных и равномерных распределений:

$$\frac{B_{\text{р}}}{B_{\text{э}}} = \frac{\ln \sqrt{k_\lambda}}{\ln \frac{1+k_\lambda}{2\sqrt{k_\lambda}}} \tag{3}$$

Отношение расстояний Бхаттачария (3) всегда превышает единицу. Особенно оно велико при малых отношениях интенсивностей пуассоновских потоков. Таким образом, в рассматриваемом случае на большую эффективность ранговых алгоритмов можно рассчитывать при использовании равномерного распределения. Это качественная оценка. Количественную оценку указанной выше эффективности выполним с помощью питмэновской относительной эффективности (АОЭ), конкретизируя его случаем использования критерия суммы рангов. Величина АОЭ оказывается равной 4. Это означает, что в пределе, когда альтернатива стремится к гипотезе, обращение к гипотетическим равномерным распределениям обеспечивает в 4 раза меньший объем выборки, чем традиционный способ обработки в данном случае экспоненциальных распределений. Отметим, что при стремлении альтернативы к гипотезе объем выборки стремится к бесконечности и, казалось бы, по величине АОЭ трудно судить о качестве сравниваемых процедур для конечных объемов выборок. Однако, как указывается в литературе, для совсем малых выборок часто наблюдается обнадеживающее совпадение асимптотических результатов с точными. Таким образом, можно ожидать высокую эффективность представленного метода применения ранговых процедур.