ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ УЛУЧШЕНИЯ СВОЙСТВ ДАТЧИКОВ БАЗОВОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Е.Е. Жук

Белорусский государственный университет,
пр. Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь
zhukee@mail.ru

Как известно [1, 2], проблема имитационного статистического моделирования случайной величины ξ с заданной функцией распределения (ФР) $F_\xi(x) = P\{\xi \leqslant x\}$, $x \in R$, сводится к проблеме моделирования так называемой базовой случайной величины (БСВ) α, равномерно распределенной на отрезке $[0,1]$ с ФР $F_\alpha(x) = P\{\alpha \leqslant x\} = x$, $x \in [0,1]$. Так, если существует $F_\xi^{-1}(\cdot)$, то случайную величину ξ можно смоделировать методом обратной функции [2]: $\xi = F_\xi^{-1}(\alpha)$.

На практике наиболее распространенными в силу удобства использования являются программные или алгоритмические датчики БСВ [1, 2]. Однако все они обладают существенным недостатком [1, 2]: генерируемые ими последовательности $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$ значений БСВ порождаются детерминированными алгоритмами, являются "псевдослучайными", а их статистические свойства могут существенно отличаться от свойств БСВ с ФР $F_\alpha(\cdot)$.

Для улучшения статистических свойств датчиков БСВ здесь предлагается подвергать порождаемые ими "псевдослучайные" последовательности $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$ функциональному преобразованию на основе эмпирической функции распределения [3]:

$$\hat{F}_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} I(x - x_t), \quad x \in R, \quad I(z) = \begin{cases} 1, & z \geqslant 0, \\ 0, & z < 0. \end{cases} \tag{1}$$

Последовательность $Y = \{y_1, \ldots, y_n\}$ "улучшенной" БСВ получается в результате следующего преобразования элементов $\{x_t\}_{t=1}^n$ исходной последовательности X:

$$y_t = \hat{F}_n(x_t), \quad t = \overline{1,n}, \tag{2}$$

где $\{x_t\}_{t=1}^n$ предполагаются независимыми в совокупности, одинаково распределенными непрерывными случайными величинами с ФР $F(\cdot)$, вообще говоря, не совпадающей с $F_\alpha(\cdot)$.

Эффективность преобразования (1), (2) исследована при помощи стандартного набора тестов Д. Кнута [1, 2]: критериев согласия с ФР $F_\alpha(\cdot)$ (критерии Колмогорова и Пирсона [2, 3]), тестов "совпадение моментов" и "ковариация" [2]. Во всех этих тестах относительно преобразованной последовательности $Y = \{y_t\}_{t=1}^n$ проверяется какая-либо гипотеза H_0 против альтернативы общего вида $H_1 = \overline{H_0}$ (отрицание H_0). Сами тесты строятся при наперед заданном малом уровне значимости $\varepsilon = P\{\textit{принять } H_1 | H_0\} \in (0,1)$, и их удобно представлять в общем виде:

$$\textit{принимается} \begin{cases} H_0, & \textit{если } P(Y,n) \geqslant \varepsilon; \\ H_1, & \textit{если } P(Y,n) < \varepsilon, \end{cases} \tag{3}$$

где $P = P(Y,n) \in [0,1]$ — так называемое P-значение [3].

Установлено, что "улучшенная" в результате преобразования (1), (2) последовательность $Y = \{y_t\}_{t=1}^n$ "заведомо проходит" большинство тестов, поскольку для них соответствующие P-значения из (3) не зависят от Y, являясь неслучайными функциями от объема последовательности n: $P(Y,n) = P(n)$, где $P(n) \to 1$, $n \to +\infty$, и всегда можно выбрать такое n, что $P(n) \geqslant \varepsilon$, и соответствующая гипотеза H_0 принимается.

Литература

1. *Кнут Д.* Искусство программирования для ЭВМ. Т. 2: Получисленные алгоритмы. М.: Мир, 1977.