СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВЕКТОРНЫХ АВТОРЕГРЕССИОННЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНОСТЬЮ

А.С. Гурин, И.А. Бодягин, А.В. Федорук

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики,

пр. Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь

huryn@bsu.by, bodiagin@cosmostv.by, lexeich@tut.by

Математическая модель. Рассмотрим d-векторный временной ряд $Y_t = (Y_{t1}, \ldots, Y_{td})' \in \mathbb{R}^d$ при $t \in \mathbb{Z}$, описываемый моделью векторной авторегрессии первого порядка с гетероскедастичностью:

$$Y_{t+1} = BY_t + \alpha_{t+1} U_{t+1},$$

где $B \in \mathbb{R}^{d\times d}$ – матрица коэффициентов авторегрессии, у которой спектральный радиус $\lambda_0 = \lambda_0(B) \in (-1,1)$; $\{U_t\}_{t\in\mathbb{Z}}$ — независимые в совокупности случайные векторы с нормальным распределением: $\mathcal{L}\{U_t\} = \mathcal{N}_d(0_d, \Sigma)$, $|\Sigma| \neq 0$; α_t при $t \in \mathbb{Z}$ — неслучайная неизвестная функция, описывающая искажения дисперсии инновационного процесса.

Основные результаты. Предположим, что функция α_t удовлетворяет следующим условиям:

$$|\alpha_t| < C \quad \text{при} \quad t \in \mathbb{Z},$$

$$\lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \alpha_{t-i}^2 = \alpha \quad \text{для} \quad \forall i \in \mathbb{Z},$$

$$\lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-|\tau|} \alpha_{t-a}^2 \alpha_{t-b}^2 = \tilde{\alpha}_{a,b} \quad \text{для} \quad \forall \tau, a, b \in \mathbb{Z}.$$

Тогда построим статистическую оценку для матрицы B при условии, что $\left|\sum_{t=1}^{T-1} Y_t Y_t'\right| \neq 0$: $\hat{B} = \left(\sum_{t=1}^{T-1} Y_{t+1} Y_t'\right)\left(\sum_{t=1}^{T-1} Y_t Y_t'\right)^{-1}$.

В работе получены следующие новые научные результаты:

1. Доказана состоятельность оценки $\hat{B}$ в среднеквадратическом.
2. Для вариации оценки $\hat{B}$ получено следующее асимптотическое разложение:

$$V = A_1 + \frac{1}{T} A_2 + o\left(\frac{1}{T}\right) I_d,$$

где для матриц A_1 и A_2 получены явные выражения.

3. Используя оценку $\hat{B}$, построена прогнозирующая статистика для единичной глубины прогнозирования: $\hat{Y}_{T+1} = \hat{B} Y_T$. Для построенной статистики получено асимптотическое разложение матричного риска прогнозирования:

$$R = \mathbb{E}\left\{\left(Y_{T+1} - \hat{Y}_{T+1}\right)\left(Y_{T+1} - \hat{Y}_{T+1}\right)'\right\} = B_1 + \frac{1}{T} B_2 + o\left(\frac{1}{T}\right) I_d,$$

где для матриц B_1 и B_2 получены явные выражения.

Литература

1. *Гурин А.С., Зеневич Д.В., Харин Ю.С* Робастность статистического анализа и прогнозирования авторегрессионных временных рядов в условиях гетероскедастичности // II международная конференция "Проблемы актуарной и финансовой математики", ред : Г А. Медведев [и др.], 2002. С. 121-127.