ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РОБАСТНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ АВТОРЕГРЕССИИ ПРИ НАЛИЧИИ “ПРОПУСКОВ” И “ВЫБРОСОВ”

В.А. Волошко

Белорусский Государственный Университет, пр. Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь
ValeraVoloshko@yandex.ru

Часто вследствие ошибок в процессе сбора статистических данных наблюдаемый ряд содержит различные искажения [1]. Поэтому важно, чтобы алгоритмы анализа таких данных были устойчивы (робастны) к искажениям. На практике распространенными типами искажений являются пропущенные данные и аномальные наблюдения, или выбросы. Рассматривается задача робастного к пропускам и выбросам оценивания параметров модели авторегрессии. Пусть временной ряд $\{y_t\}_{t\in\mathbb{Z}}$ соответствует модели $\mathrm{AR}(p)$ [2]:

$$y_t + b_1 y_{t-1} + \cdots + b_p y_{t-p} = u_t, \quad t = \overline{1,T}, \tag{1}$$

где $\{b_j\}_{j=1}^{p}$ — коэффициенты авторегрессии, $\{u_t\}_{t\in\mathbb{Z}}$ — гауссовский белый шум.

Наблюдается ряд $\{z_t\}_{t\in\mathbb{Z}}$ с выбросами:

$$z_t = \xi_t v_t + (1-\xi_t)y_t,$$

где ξ_t — н.о.р.с.в Бернулли, $P(\xi_t = 1) = \varepsilon \ll 1$, $\{v_t\}_{t\in\mathbb{Z}}$ — белый шум выбросов с дисперсией $D\{v_t\} \gg D\{u_t\}$ и временные ряды $\{u_t\}, \{v_t\}, \{\xi_t\}$ независимы в совокупности. Причем наблюдаются только $\{z_t : o_t = 1\}$, где o_t — бит непропущенного наблюдения.

Ряд (1) является стационарным, если $x^p + b_1x^{p-1} + \cdots + b_p = 0 \Rightarrow |x| < 1$.

Для построения оценок параметров $\{b_j\}$ предварительно оцениваются коэффициенты корреляции $\theta_j = \operatorname{corr}\{y_t, y_{t+j}\}$, $j = \overline{1,p}$, из которых затем через уравнения Юла -Уокера подстановочным методом выражаются $\tilde{b}_j$. Для этого используются статистики:

$$S_\tau = \left(\sum_{t=1}^{T-\tau} o_t o_{t+\tau}\psi\left(\frac{z_t}{z_{t+\tau}}\right)\right) \Big/ \left(\sum_{t=1}^{T-\tau} o_t o_{t+\tau}\right), \quad \tau = \overline{1,p}.$$

Теорема 1. *Если ψ — нечетная ограниченная функция и $N_{T_\tau} = \sum_{t=1}^{T-\tau} o_t o_{t+\tau} \xrightarrow[T\to\infty]{} \infty$, тогда:*

1) $S_\tau \xrightarrow[T\to\infty]{P} (1-\varepsilon)^2 f_\psi(\theta_\tau)$, где f_ψ — нечетная ограниченная функция, зависящая только от ψ;

2) если f_ψ имеет непрерывную обратную, то следующая оценка состоятельна:

$$\tilde{\theta}_\tau = f_\psi^{-1}(S_\tau(1-\varepsilon)^{-2}) \xrightarrow[t\to+\infty]{P} \theta_\tau.$$

Литература

1. *Хьюбер П.* Робастность в статистике. М., 1984.
2. *Андерсон Т.В.* Статистический анализ временных рядов М., 1976