

ОБ ОДНОМ УСЛОВИИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СТАЦИОНАРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ФОРМЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ДЛЯ КУСОЧНО-НЕПРЕРЫВНЫХ СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

А.Н. Старовойтов

Белорусский государственный университет транспорта, строительный факультет

Кирона 34, 246022 Гомель, Беларусь

Astarovoytov@tut.by

Введение. Кусочно-непрерывные сети массового обслуживания были введены в [1]. Они характеризуются тем, что функция распределения количества работы, которую необходимо

выполнить для обслуживания требования, является произвольной, а скорость обслуживания зависит от остаточного количества работы. Эта зависимость задается некоторой непрерывной функцией. В данной работе исследуется ограничение, накладываемое на эту функцию.

Постановка задачи и основной результат. Пусть количество работы, которую необходимо выполнить для обслуживания требования, поступающего в узел сети, есть произвольная случайная величина η с функцией плотности $f(u)$ и конечным математическим ожиданием. Если $\xi(t)$ — количество работы, которое осталось выполнить с момента t для завершения обслуживания требования, то скорость обслуживания этого требования равна $\beta(\xi(t))$, т.е.

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = -\beta(\xi(t)),$$

где $\beta(u)$ некоторая непрерывная функция ($u \geq 0$).

Для многих кусочно-непрерывных сетей массового обслуживания с различными дисциплинами обслуживания одним из необходимых и достаточных условий представления стационарного распределения в форме произведения являются условия вида

$$\int_0^{+\infty} \frac{f(u)}{\beta(u)} du = \frac{1}{\beta(0)}. \quad (1)$$

Теорема 1. Если при заданной функции плотности $f(u)$ функция $\beta(u)$ удовлетворяет равенству (1) и $\beta(u) \neq \text{const}$, то существует интервал (t_a^+, t_b^+) такой, что для любого t из этого интервала

$$\frac{d^2\xi(t)}{dt^2} > 0,$$

и существует интервал (t_a^-, t_b^-) такой, что для любого t из этого интервала

$$\frac{d^2\xi(t)}{dt^2} < 0.$$

Практический смысл указанной теоремы заключается в следующем: скорость обслуживания требования в узле не может постоянно увеличиваться или постоянно уменьшаться; промежутки времени, в которых скорость обслуживания растет, обязательно должны чередоваться с промежутками времени, в которых скорость уменьшается.

Литература

1. Извицкий В.А. Теория сетей массового обслуживания. М.: Физматлит, 2004.