

СОСТОЯТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ВЗАИМНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ УСТОЙЧИВОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

Т.В. Соболева

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики,

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

`Soboleva@bsu.by`

Состоятельные оценки спектральных плотностей дают важную информацию о структуре изучаемого явления и используются при решении практических задач. Построение по конечной реализации состоятельных оценок представляет собой основную задачу в спектральном анализе временных рядов.

В современной науке большое внимание уделяется статистическому спектральному анализу устойчивых случайных процессов и полей, особенностью которых является отсутствие моментов второго, а иногда и первого порядка. В этой связи, не представляется возможным применение традиционных методов спектрального анализа и приходится разрабатывать новые методы и подходы для изучения таких процессов и полей.

Пусть $X_a(t)$, $t \in T = [-T, T]$, $T \in R_+ = (0, +\infty)$, реализация составляющей $X_a(t)$, $t \in R$, $a = \overline{1, r}$, рассматриваемого процесса $X^r(t)$, $t \in R$. Предполагается, что взаимная спектральная плотность неизвестна и необходимо по реализациям $X_a(t)$, $t \in R$, $a = \overline{1, r}$, построить ее состоятельную оценку. В качестве основы для построения состоятельной оценки взаимной спектральной плотности использовались расширенное конечное преобразование Фурье и взаимная модифицированная периодограмма. В работе [1] было показано, что взаимная модифицированная периодограмма являясь асимптотически несмещенной оценкой для функции $(f_{ab}(\lambda))^{p/\alpha}$, $\lambda \in R$, $a, b = \overline{1, r}$, $0 < p < \alpha < 2$, не является состоятельной.

В качестве состоятельной оценки взаимной спектральной плотности исследовалась статистика вида

$$\hat{f}_{ab}^T(\lambda) = \left(\tilde{f}_{ab}^T(\lambda) \right)^{\alpha/p}, \quad (1)$$

где $\tilde{f}_{ab}^T(\lambda)$, $\lambda \in R$, имеет представление

$$\tilde{f}_{ab}^T(\lambda) = \int_R W_T(\lambda - u) I_{ab}^T(u) du, \quad (2)$$

$0 < p < \alpha < 2$, $I_{ab}^T(u)$, $u \in R$, — взаимная модифицированная периодограмма определенная в работе [1], $a, b = \overline{1, r}$. Спектральное окно $W_T(\lambda)$ представимо в виде

$$W_T(\lambda) = M_T W(M_T \lambda), \quad (3)$$

причем $M_T \rightarrow \infty$, $M_T/T \rightarrow 0$ при $T \rightarrow \infty$, $T \in R_+$, а $W(\lambda)$, $\lambda \in R$, — четная, неотрицательная, непрерывная функция, равная нулю при $|\lambda| > 1$ и такая, что

$$\int_{-1}^1 W(\lambda) d\lambda = 1. \quad (4)$$

В докладе показано, что сглаженная взаимная модифицированная периодограмма является асимптотически несмещенной и состоятельной в смысле сходимости по вероятности оценкой взаимной спектральной плотности.

Литература

1. Соболева Т.В., Труш Н.Н. Статистические свойства взаимной модифицированной периодограммы устойчивого случайного процесса // Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и приложения: Сб. науч. работ междунар. конф. 2005. С. 276–283.