О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ В ЗАДАНОМ МНОЖЕСТВЕ ВЕКТОРОВ ОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЫ НЕЛИНЕЙНЫХ СЛУЧАЙНЫХ УРАВНЕНИЙ НАД ПОЛЕМ $GF(3)$

В.И. Масол, Л.А. Ромашова

Киевский национальны университет им. Тараса Шевченка, механико-математический факультет,
Владимирская 64, 01033 Киев, Украина
deezee@ukr.net

Рассмотрим над полем $GF(3)$, состоящем из трех элементов, систему уравнений

$$f^{(\mu)}(x_1,\dots,x_n) +_3 \sum\nolimits_{3\ 1\leqslant j_1<j_2\leqslant n} a^{(\mu)}_{j_1j_2} x_{j_1}x_{j_2} = 0, \quad \mu\in J, \tag{1}$$

где $J=\{1,2,\dots,T\}$, $T\geqslant 1$, $+_3$ и $\sum_3$ — символы сложения в поле $GF(3)$, удовлетворяющую условию (A).

Условие (A). 1) Коэффициенты $a^{(\mu)}_{j_1j_2}$, $1\leqslant j_1<j_2\leqslant n$, $\mu\in J$ – независимые случайные величины, принимающие значение a с вероятностью $P(a^{(\mu)}_{j_1j_2}=a)=p_{\mu 2}$, $a\in GF(3)$, $a\neq 0$, и значение $0\in GF(3)$ с вероятностью $P(a^{(\mu)}_{j_1j_2}=0)=1-2p_{\mu 2}$.

2) $f^{(\mu)}(\bar x)$, $\mu\in J$, — независимые случайные функции, не зависящие от коэффициентов $a^{(q)}_{j_1j_2}$ для всех $q\in J$, $1\leqslant j_1<j_2\leqslant n$; $f^{(\mu)}(\bar x)\in GF(3)$, $\bar x\in V_n$, где V_n — совокупность всех n-мерных векторов над полем $GF(3)$.

Положим $M(0;2)$ множество, состоящее из нулевого вектора, а также всех векторов $\bar x\in$ $\in V_n$ таких, что $|\bar x|\geqslant 2$, где $|\bar x|$ обозначает число ненулевых компонент вектора $\bar x$.

Обозначим θ_n число решений системы (1), отличных от нулевого вектора и принадлежащих множеству $M(0;2)$.

Теорема 1. *Пусть выполняются условия:*

1) (A);

2)

$$P\left(f^{(\mu)}(\bar x)=a\right)=\frac13-\frac13 q_\mu,\quad a\in GH(3),\quad a\neq 0,\quad P\left(f^{(\mu)}(\bar x)=0\right)=\frac13+\frac23 q_\mu,$$

где $\frac12+\delta\leqslant q_\mu\leqslant 1-\delta$, $\mu\in J$, $\bar x\in V_n$, $|\bar x|>1$, $0<\delta=\delta(n)\leqslant\frac34$;

3)

$$P(f^{(\mu)}(\bar x^{(k)})=a,k=1,2)=\frac13-\frac13 p_\mu,\quad a\in GH(3),\quad a\neq 0,\quad P(f^{(\mu)}(\bar x^{(k)})=0,k=1,2)=\frac13+\frac23 p_\mu,$$

где $\frac12\leqslant p_\mu\leqslant 1$, $\mu\in J$, $\bar x^{(k)}\in V_n$, $|\bar x^{(k)}|>1$, $k=1,2$;

4)

$$\frac{\ln n+z}{n}\leqslant p_{\mu 2}\leqslant\frac12,$$

где $|z|<c$, $c=\mathrm{const}$, $c<\infty$, $\mu\in J$.

Тогда условие $1+\varepsilon_n\leqslant\varliminf_{n\to\infty}\frac Tn\leqslant\varlimsup_{n\to\infty}\frac Tn<\infty$, *где* $\varepsilon_n \ln n\to\infty$, $n\to\infty$, *является достаточным, а условие* $T=n+A_n$, *где* $A_n\to\infty$ *при* $n\to\infty$ *— необходимым для того, чтобы* $P(\theta_n>0)=o(1)$, $n\to\infty$.

Частный случай системы (1) рассматривался в [1].

Литература

1. *Масол В.И., Ромашова Л.А.* Некоторые свойства систем нелинейных случайных уравнений над полем $GF(3)$ // Обозрение прикл. и промышл. математики. 2008. Т. 15, вып. 4.