

УСРЕДНЕННЫЕ ОЦЕНКИ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ И ИХ ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ

Н.В. Марковская, Т.Н. Снежицкая

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы,

Ожешко 22, 230023 г.Гродно, Беларусь

n.markovskaya@grsu.by, Snezhitskaya@mail.ru

Введение. Исследуются статистические свойства усредненных оценок смешанного момента и смешанного семиинварианта 4-го порядка, рассматриваются примеры применения их к анализу кардиологических временных рядов, в качестве которых выступают $R - R$ интервалы.

Построение усредненных оценок. Рассмотрим действительный стационарный случайный процесс $x(t)$, $t \in Z$. Предположим, что $Mx(t) = 0$, $t \in Z$. Пусть имеется выборка объема N , где N — принимает достаточно большое значение. Разобьем всю выборку значений временного ряда на m отрезков.

Усредненная оценка смешанного момента 4-го порядка имеет вид:

$$\hat{m}_4(t_1, t_2, t_3) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{K} \sum_{t=(i-1)K}^{iK-1} x(t_1+t)x(t_2+t)x(t_3+t)x(t), \quad t, t_j \in Z, \quad j = \overline{1,3}. \quad (1)$$

В работе [1] доказано, что оценка (1) является несмещенной, состоятельной в среднеквадратическом смысле и имеет асимптотическое нормальное распределение.

Усредненная оценка смешанного семиинварианта 4-го порядка имеет вид:

$$\hat{c}_4(t_1, t_2, t_3) = \hat{m}_4(t_1, t_2, t_3) - \hat{m}_2(t_1)\hat{m}_2(t_3 - t_2) - \hat{m}_2(t_2)\hat{m}_2(t_3 - t_1) - \hat{m}_2(t_3)\hat{m}_2(t_2 - t_1), \quad (2)$$

где $\hat{m}_4(t_1, t_2, t_3)$ имеет вид (1),

$$\hat{m}_2(t_1) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{K} \sum_{t=(i-1)K}^{iK-1} x(t_1+t)x(t), \quad t, t_1 \in Z, \quad (3)$$

Доказано, что оценка (2) является асимптотически несмещенной, состоятельной в среднеквадратическом смысле и имеет асимптотическое нормальное распределение.

Практическое применение. Одним из направлений, где возможно применение статистик высших порядков является кардиология, в частности для прогнозирования течения различных заболеваний, а так же для изучения состояния сердечной деятельности здоровых и больных людей разного возраста.

Данные представляют собой $R - R$ интервалы, регистрируемые с помощью ЭКГ. Исследуемые временные ряды разбиты на 2 группы: первая группа — пациенты без отклонений, вторая — пациенты с синдромом слабости синусового узла (ишемическая болезнь сердца: стенокардия). По данным ЭКГ составляется выборка, объемом $N = 1000$ значений, и строится для нее усредненная оценка смешанного семиинварианта 4-го порядка (2), где $K = 100$, $m = 10$ при $(t_1, t_2, T - t_1)$. Проводится дополнительный статистический анализ: находятся основные числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсия, эксцесс, асимметрия; строятся полигон и гистограмма относительных частот; проверяются гипотезы нормального распределения усредненной оценки.

Литература

1. Марковская Н.В., Снежицкая Т.Н. Построение и изучение статистических свойств усредненных оценок смешанных моментов третьего и четвертого порядков и применение их к анализу кардиологических данных // Вестн. Гродненского ун-та. Сер. 2. Мат. Физ. Инф., выч. техн. и упр. Биол. 2007. N 4 (61). С. 26–35.