СЕТИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ДИНАМИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ, НЕСКОЛЬКИМИ ТИПАМИ ЗАЯВОК И ОГРАНИЧЕНИЕМ ВРЕМЕНИ ОЖИДАНИЯ ЗАЯВКИ В ОЧЕРЕДИ

В.Е. Евдокимович

УО «Белорусский государственный университет транспорта»,

ул. Кирова, 34, 246653, г. Гомель, Беларусь

vevdokimovich@yadex.ru

Рассматривается открытая сеть массового обслуживания, состоящая из N однолинейных узлов. Состояние сети в момент времени t характеризуется случайным вектором $\vec{x}(t) = \left(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_N(t)\right)$, где $x_i(t) = \left(x_{i1}(t), \ldots, x_{i,n_i}(t)\right)$, n_i – число заявок в i-м узле, а $x_{ik}(t)$ — тип заявки с номером k в очереди i-го узла $(i = \overline{1,N},\ \ k = \overline{1,n_i})$. Заявки могут быть L типов. Их нумерация в узле осуществляется от хвоста очереди к прибору, учитывая заявку, находящуюся на обслуживании. Обозначим через (0) такое состояние узла, когда в нем отсутствуют заявки.

В сеть поступает стационарный пуассоновский поток заявок интенсивности $\lambda(\vec{x})$, зависящей от состояния сети. Каждая заявка входного потока, независимо от других заявок, направляется в i-й узел и становится заявкой l-го типа с вероятностью $p_{0,(i,l)}(\vec{x})$; $\sum_{i=1}^{N}\sum_{l=1}^{L} p_{0(i,l)}(\vec{x}) = 1$. Направленная в i-й узел (извне или из другого узла) заявка l-го типа с вероятностью $f_l^{(i)}(\vec{x})$, зависящей от состояния сети и типа l данной заявки, мгновенно становится на обслуживание, а с вероятностью $1 - f_l^{(i)}(\vec{x})$ мгновенно обходит узел. Времена ожидания заявок в очереди ограничены случайными величинами, имеющими показательное распределение с параметром $\nu_i(\vec{x})$, $i = \overline{1,N}$.

Длительности обслуживания заявок в узлах не зависят от процесса поступления, независимы между собой, и для i-го узла имеют показательное распределение с параметром $\mu_i(\vec{x})$. Предполагается, что $\mu_i(\vec{x}) > 0$ при $n_i > 0$. Заявка l-го типа, завершившая обслуживание в i-м узле, независимо от других заявок с вероятностью $p_{(i,l)(j,m)}(\vec{x})$ направляется в j-й узел, приобретая тип m, а с вероятностью $p_{(i,l)0}(\vec{x})$ покидает сеть; $\sum_{j=1}^{N}\sum_{m=1}^{L} p_{(i,l)(j,m)}(\vec{x}) + p_{(i,l)0}(\vec{x}) = 1$, $i = \overline{1,N}$, $l = \overline{1,M}$. Заявка l-го типа, обошедшая i-й узел, независимо от других заявок с вероятностью $q_{(i,l)(j,m)}(\vec{x})$ направляется в j-й узел, приобретая тип m, а с вероятностью $q_{(i,l)0}(\vec{x})$ покидает сеть; $\sum_{j=1}^{N}\sum_{m=1}^{L} q_{(i,l)(j,m)}(\vec{x}) + q_{(i,l)0}(\vec{x}) = 1$, $i = \overline{1,N}$, $l = \overline{1,L}$.

Пусть $p_{00}(\vec{x}) = q_{00}(\vec{x}) = 0$. Для $i \geqslant 1, l = \overline{1,L}$ определим $q_{0(i,l)}(\vec{x})$ произвольным образом так, чтобы $q_{0(i,l)}(\vec{x}) \geqslant 0$ и $\sum_{i=1}^{N}\sum_{l=1}^{L} q_{0(i,l)}(\vec{x}) = 1$. Пусть также для $i, j = \overline{0,N}$, $l, m = \overline{1,L}$

$$r_{(j,m)(i,l)}(\vec{x}) = f_m^{(j)}(\vec{x}) p_{(j,m)(i,l)}(\vec{x}) + \left(1 - f_m^{(j)}(\vec{x})\right) q_{(j,m)(i,l)}(\vec{x}).$$

Если при фиксированном значении $\vec{x} \in \mathbf{X}$ матрица $(r_{(j,m)(i,l)}(\vec{x}),\ i,j = \overline{0,N},\ l,m = \overline{1,L})$ неприводима, то уравнение трафика

$$\lambda_{(i,l)}(\vec{x}) = \lambda(\vec{x})p_{0(i,l)} + \sum_{j=1}^{N}\sum_{m=1}^{L} \lambda_{(j,m)}(\vec{x})r_{(j,m)(i,l)}(\vec{x}), \quad i = \overline{1,N}, \quad l = \overline{1,L},$$

при каждом фиксированном $\vec{x} \in \mathbf{X}$ имеет единственное решение $(\lambda_{(i,l)}(\vec{x}))$, для которого $\lambda_{(i,l)} > 0$.

Для рассматриваемой модели устанавливается достаточное условие эргодичности и находится финальное стационарное распределение.