

ОСОБЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕШЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ТЕПЛОПЕРЕНОСА

О.Н. Шабловский

Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, машиностроительный факультет,

Октябрь 48, 246746 Гомель, Беларусь

shabl@gsu.gomel.by

Релаксационная модель Максвелла переноса тепла в неподвижной среде состоит из уравнения баланса энергии и уравнения для теплового потока:

$$c \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = q_v, \quad q + \gamma \frac{\partial q}{\partial t} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (1)$$

Современные методы нелинейного анализа системы уравнений (1) изложены в [1]. Здесь приняты обозначения: T — температура; q — удельный тепловой поток; λ — коэффициент теплопроводности; c — объемная теплоемкость; γ — время релаксации теплового потока; q_v — мощность внутренних источников энергии; t — время; x — декартова координата. Изучаем нелинейные реономные среды, теплофизические свойства которых зависят явным образом от времени: $\lambda = \lambda(T, t)$, $c = c(T, t)$, $\gamma = \gamma(T, t)$, $q_v = q_v(T, t)$.

Для локально-неравновесной теплофизической системы "среда — объемный источник энергии" получены новые классы точных аналитических решений. Представленные решения являются особыми: при стремлении к нулю параметра нелинейности среды они обладают вырожденными свойствами, не соответствующими линейной задаче. Укажем примеры нелинейных сред.

$$\begin{aligned} \text{I. } & \lambda = \lambda_0 T^{n_1} l(t), \quad c = c_0 T^{n_2} h(t), \quad \gamma = \gamma_0 T^{n_3} g(t), \\ & q_v = k_1(t) T^{m_2 - n_3} d_1 + k_2(t) T^{m_2} d_2; \\ & m_1 = 1 + n_1, \quad b_1 = 1 + b_0, \quad Q_1 = Q_0/b_1, \quad \lambda_1 = \lambda_0/m_1; \\ & k_1 = -h/g, \quad k_2 = -hl/l, \quad d_1 = c_0 b_1 / (\gamma_0 m_1), \quad d_2 = c_0/m_1; \quad \dot{l}(t) = dl/dt; \\ & b_1(m_1 + m_2 - n_3) = 2m_1, \quad m_2 = 1 + n_2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II. } & \lambda = \lambda_0 \exp(n_1 T) l(t), \quad c = c_0 \exp(n_2 T) h(t), \quad \gamma = \gamma_0 \exp(n_3 T) g(t), \\ & q_v = k_1(t) \exp[(n_2 - n_3)T] d_1 + k_2(t) \exp(n_2 T) d_2; \\ & k_1 = -h/g, \quad k_2 = -hl/l, \quad d_1 = c_0 b_1 / (\gamma_0 n_1), \quad d_2 = c_0/n_1, \\ & b_1(n_1 + n_2 - n_3) = 2n_1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III. } & \lambda = \lambda_0 T \exp(n_1 T) l(t), \quad c = c_0 T \exp(n_1 T) E^{n_2} h(t), \quad \gamma = \gamma_0 E^{n_3} g(t), \\ & E(T) = (n_1 T - 1) \exp(n_1 T), \quad q_v = k_1(t) E^{m_2 - n_3} d_1 + k_2(t) E^{m_2} d_2; \\ & k_1 = -h/g, \quad k_2 = -hl/l, \quad d_1 = c_0 b_1 / (\gamma_0 n_1^2), \quad d_2 = c_0/n_1^2, \\ & b_1(2 + n_2 - n_3) = 2. \end{aligned}$$

В этих случаях $\lambda_0, c_0, \gamma_0 = \text{const}$; $n_1, n_2, n_3 = \text{const}$. Три функции $l(t), g(t), h(t)$ связаны одним конечным соотношением. Полученное решение содержит одну произвольную функцию одного аргумента и является особым по отношению к параметру n_3 : при $n_3 \rightarrow 0$ оно не вырождается в линейное, а обращается в бесконечность. В качестве примеров физического истолкования решений указаны: 1) нелинейный волновой процесс; 2) градиентная катастрофа; 3) переключение — параметрический переход свойств среды с одного режима на другой, что ассоциируется с фазовым переходом.

Литература

1. Шабловский О.Н. Релаксационный теплоперенос в нелинейных средах. Гомель: ГГТУ им. П.О. Сухого, 2003. 382 с.