О СИММЕТРИЧНОМ ВИДЕ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА ДЛЯ УВЕЛИЧЕННОЙ РАЗМЕРНОСТИ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ

Е.В. Рудиков, Л.В.Рудикова

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы,

Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь

rudikowa@grsu.by

В последнее время наблюдается значительный интерес к рассмотрению различных теоретических аспектов, связанных с построением теории единого поля, примерами которых могут служить $SU(5)$, $SO(10)$ и т. д. Кроме того, развитие теоретических идей многомерного пространства — времени позволяют находить наиболее адекватные модели, описывающие современное состояние проблемы фундаментальных взаимодействий.

Известно, что в пространстве $R_4^{(1,3)}$ система уравнений Максвелла несимметрична относительно магнитного и электрического зарядов. Кроме того, и сама природа зарядов также остается неясной.

В случае, шестимерного пространства-времени для записи уравнений Максвелла достаточно всего лишь одного уравнения:

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x^j} + \frac{\partial F_{kj}}{\partial x^i} + \frac{\partial F_{ji}}{\partial x^k} = 0, \tag{1}$$

где $i, j, k = \overline{(1,6)}$ — простанственно-временные индексы, или, в бескоординатной записи:

$$dF = 0, \tag{2}$$

где $F = \sum_{i<j} F_{ij}\, dx^i \wedge dx^j$.

Для получения уравнения (1) достаточно использовать конструкцию (2) (без учета констант):

$$S = -\int B_i\, dx^i, \tag{3}$$

где $B_i = p_i + A_i$.

Уравнения (1) являются следствием обращения в ноль вариации $\delta S = -\delta(\int B_i\, dx^i) = 0$. Таким образом, введение шестимерного пространства-времени позволяет придать электродинамике Максвелла более самосогласованную и симметричную форму.

Далее показывается, что в некоторой выбранной системе координат тензор поля можно привести к виду, описывающему вакуум (отсутствие зарядов) где выполняются условия:

$$Q_\alpha^\alpha = \frac{\partial \varphi_\alpha}{\partial t^\alpha} - \frac{\partial A_\alpha}{\partial x^\alpha} = 0.$$

Калибровочными преобразованиями вида $\varphi_\alpha = \varphi_\alpha + d\tau$, $A_\alpha = A_\alpha + d\lambda$, где, τ, λ — некоторые функции, можно добиться выполнения условий $\varphi_\alpha = A_\alpha = \psi_\alpha\, \alpha = 1, 2, 3$. С учетом этого, последние соотношения будем интерпретировать как проекции на двумерные плоскости уравнений $\frac{\partial \psi_i}{\partial x^i} = 0$, вид которых аналогичен виду уравнения Дирака в случае отсутствия взаимодействия.

Уравнения Максвелла для 6-мерного случая имеют вид:

1) $\mathrm{div}_t \mathbf{H}_t = 0$, $\mathrm{div}_x \mathbf{H}_x = 0$;

2) $\mathrm{div}_t \mathbf{E} = 4\pi\mu$, $\mathrm{div}_x \mathbf{E} = 4\pi\rho$;

3) $\mathrm{rot}_x \mathbf{H}_t = \mathrm{rot}_t \mathbf{E} + \mathbf{J}_t$, $\mathrm{rot}_t \mathbf{H}_x = \mathrm{rot}_x \mathbf{E} + \mathbf{J}_x$.

Спроецируем их на пространства T^3 и R^3. Легко видеть, что при симметрии $R^3 T^3 \to T^3 R^3$ меняется роль зарядов. Электрический заряд становится магнитным, и наоборот: $e_{R^3} = \mu_{T^3}$.

Таким образом, в шестимерном простанстве-времени непосредственно прослеживается эквивалентность токов и полей. Например, при замене $\mathbf{J}_t \to \mathbf{H}_t$, $\mathbf{J}_x \to \mathbf{H}_x$ в тензоре поля уравнения поля сохраняют свой вид. Данные уравнения не меняют свой вид также и при симметрии $R^3 T^3 \to T^3 R^3$. В свою очередь, эквивалентность токов и полей аналогична закону Ома в дифференциальной форме:

$$\mathbf{E}_x = \sigma_x \mathbf{J}_t = \tilde{\sigma}_x \mathbf{H}_t \quad \text{и} \quad \mathbf{E}_t = \sigma_t \mathbf{J}_x = \tilde{\sigma}_t \mathbf{H}_x,$$

где $(\sigma_x, \tilde{\sigma}_x)$, $(\sigma_t, \tilde{\sigma}_t)$ — проводимости.

Следует заметить, что введенное пространство-время является минимальным для придания системе уравнений Максвелла симметричного вида и позволяет дать физическую интерпретацию ненаблюдаемости магнитного заряда.