

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДИФФУЗИИ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ

В.К. Полеви́ков, С.А. Береснев

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики,

Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь

`polevnikov@bsu.by`

Магнитная жидкость представляет собой устойчивый коллоидный раствор частиц ферромагнетика в жидкости-носителе (керосин, вода, нефтяные масла и др.). Частицы имеют раз-

мер порядка 10^{-8} м и находятся в состоянии броуновского движения. При наложении неоднородного магнитного поля происходит диффузия частиц относительно жидкости-носителя в направлении градиента магнитного поля, что приводит к перераспределению объемной магнитной силы, действующей в жидкости. Нестационарный процесс диффузии описывается уравнением [1].

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \nabla \cdot (\nabla C - C \mathbf{f}), \quad \mathbf{f} = L(\xi H) \xi \nabla H + \gamma \mathbf{g}, \quad \xi = \frac{\mu_0 m_m}{kT}, \quad \gamma = \frac{m}{kT}$$

с однородным граничным условием третьего рода

$$\frac{\partial C}{\partial n} - f_n C = 0$$

и начальным условием $C = C_0$ при $t = 0$. Здесь C — объемная концентрация частиц (искомая функция), D — коэффициент диффузии, $L(\xi H) = \coth(\xi H) - 1/(\xi H)$ — функция Ланжевена, H — напряженность магнитного поля (заданная функция пространственных координат), \mathbf{g} — ускорение свободного падения, μ_0 — магнитная постоянная, m_m — магнитный момент частицы, k — постоянная Больцмана, T — температура жидкости, m — масса частицы.

Коэффициент f_n в граничном условии — заданная функция, которая может принимать как положительные, так и отрицательные значения. С точки зрения численного моделирования знакоопределенность функции f_n является неблагоприятным фактором, поскольку не позволяет обеспечить устойчивую разностную аппроксимацию граничного условия. Чтобы избавиться от этого недостатка, вводится замена переменных [2] $C = C^* \varphi$, где $\varphi = \sinh(\xi H) \exp(\gamma \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}) / (\xi H)$, \mathbf{r} — радиус-вектор текущей точки пространства. При этом функция C^* удовлетворяет уравнению

$$\varphi \frac{\partial C^*}{\partial t} = D \nabla \cdot (\varphi \nabla C^*),$$

однородному граничному условию Неймана $\partial C^* / \partial n = 0$ и начальному условию $C^* = C_0 / \varphi$ при $t = 0$.

Для решения двумерной задачи нахождения функции C^* в прямоугольной области предлагается модифицированный алгоритм метода переменных направлений. Доказано, что схема обладает абсолютной устойчивостью и вторым порядком аппроксимации. Тестовые испытания алгоритма проведены на прикладной задаче феррогидростатики в широком диапазоне физических и геометрических параметров.

Литература

1. *Bashtovoi V.G., Polevnikov V.K., Suprun A.V., Beresnev S.A.* Influence of Brownian diffusion on the statics of magnetic fluid// *Magnetohydrodynamics*. 2007. V. 4. № 1. P. 17–25.
2. *Polevnikov V., Tobiska L.* In the solution of the steady-state diffusion problem for ferromagnetic particles in a magnetic fluid// *Mathematical Modeling and Analysis*. 2008. V. 13. № 2. P. 233–240.