

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЕМКОСТЕЙ КАБЕЛЯ, СОСТОЯЩЕГО ИЗ ПРОВОДОВ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ

З.М. Наркун

Гродненский государственный университет им. Я.Купалы, Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь
`narkun@grsu.by`

В [1] предложен метод вычисления электрических емкостей системы проводов(оболочек) круглого сечения, расположенных внутри круглой оболочки. В сообщении решается аналогичная задача для системы параллельных проводов, заключенных в изоляционную оболочку. Для решения использован метод работы [1].

Рассматриваемая система является плоскопараллельной, поэтому в дальнейшем вместо проводов будем говорить об окружностях.

Пусть в плоскости xOy с диэлектрической проницаемостью ε имеется N окружностей γ_s радиусов r_s , $s = \overline{1, N}$, расположенных в круге Γ_0 радиуса R_0 с диэлектрической проницаемостью ε_0 . Математически задача определения потенциала электростатического поля состоит в нахождении двух решений уравнения Лапласа: φ — вне Γ_0 (область G), φ_0 — внутри Γ_0 , но вне всех γ_s (область G_0), удовлетворяющих условиям

$$\varphi_0|_{\gamma_s} = f_s, \quad s = \overline{1, N}; \quad \varphi_0|_{\Gamma_0} = \varphi|_{\Gamma_0}; \quad \varepsilon_0 \frac{\partial \varphi_0}{\partial n}|_{\Gamma_0} = \varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial n}|_{\Gamma_0}; \quad \varphi|_{\infty} < \infty,$$

f_s равны нулю или единице в зависимости от вычисляемой емкости, $\vec{n}$ — нормаль к Γ_0 .

Для решения задачи свяжем с каждой окружностью локальные полярные координаты (ρ_s, Θ_s) , $s = \overline{0, N}$, полярные оси которых параллельны и сонаправлены. Функции φ , φ_0 будем искать в виде

$$\begin{aligned} \varphi_0(M) = & A + \sum_{j=1}^N A_j \ln \frac{1}{\rho_j} + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k^0 \cos k\Theta_0 + B_k^0 \sin k\Theta_0) \left(\frac{\rho_0}{R_0} \right)^k + \\ & + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{\infty} (A_k^j \cos k\Theta_j + B_k^j \sin k\Theta_j) \left(\frac{r_j}{\rho_j} \right)^k, \quad M \in G_0, \\ \varphi(M) = & \tilde{A} + \sum_{k=1}^{\infty} (\tilde{A}_k^0 \cos k\Theta_0 + \tilde{B}_k^0 \sin k\Theta_0) \left(\frac{R_0}{\rho_0} \right)^k, \quad M \in G, \end{aligned}$$

где коэффициенты подлежат определению из граничных условий.

Используя, где нужно, теоремы сложения для разделенных решений уравнения Лапласа в полярных координатах и удовлетворяя граничным условиям, для коэффициентов этих разложений получена бесконечная система линейных алгебраических уравнений. Проведено исследование системы: показано, что для решения применим метод редукции. Указаны алгоритмы получения приближенных расчетных формул для вычисления электрических емкостей.

Рассмотрены некоторые частные случаи. Написаны и отлажены программы для решения систем методом редукции, численного изучения погрешностей приближенных формул, рисования эквипотенциальных линий поля.

В заключение отметим, что полученные формулы при $\varepsilon = \varepsilon_0$ (т. е. для системы проводов, заключенных в круглую оболочку) совпадают с соответствующими формулами из [1].

Литература

1. Наркун З.М. Электрическая емкость системы параллельных бесконечно длинных оболочек // Электричество. 1996. № 9. С. 76–79.