

ПРИМЕНЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ СТЕПЕННЫХ РЯДОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЛИНЕАРИЗОВАННОГО ПО СКОРОСТИ УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ — СТОКСА В СФЕРОИДАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

Н.Н. Миронова, Н.В. Малай

Белгородский государственный университет, Победы 85, 308015 Белгород,
mironovanadya@mail.ru

При решении задач газовой динамики о движении частиц в вязких изотермических и неизотермических средах возникает, как правило, вопрос о нахождении полей скорости, температуры, давления и т. д. Они необходимы для определения силы, действующей на частицу, и скорости ее упорядоченного движения, которые и используются на практике. Для этого необходимо решить достаточно сложную систему газодинамических уравнений, включающую в себя уравнение Навье — Стокса. Уравнение нелинейно, и это существенно затрудняет его решение. Точное решение удастся получить лишь в очень редких случаях. В настоящее время движение аэрозольных частиц несферической формы достаточно подробно изучено лишь при малых относительных перепадах температуры в их окрестности — в изотермическом случае, т. е. пренебрегалось зависимостью коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности) и плотности от температуры. Влияние нагрева поверхности на движение аэрозолей было изучено лишь в случае сферической формы.

Нами было рассмотрено уравнение Навье — Стокса в сфероидальной системе координат с началом в центре аэрозольной частицы. При этом предполагалось, что имеет место степенная зависимость вязкости $\mu_e = \mu_\infty t_e^\beta$, теплопроводности $\lambda_e = \lambda_\infty t_e^\alpha$ и плотности газообразной среды от температуры. Здесь $\mu_\infty = \mu_e(T_\infty)$, $\lambda_\infty = \lambda_e(T_\infty)$, $t_e = T_e/T_\infty$. T_e — температура газообразной среды, T_∞ — температура газообразной среды вдали от частицы. Считалось, что коэффициент теплопроводности частицы $\lambda_i \gg \lambda_e$, $Re_\infty \ll 1$, $Pe_\infty \ll 1$.

Исследования показали, что при поиске выражений для компонент массовой скорости в виде:

$$U_\epsilon(\epsilon, \eta) = \frac{U_\infty}{c \operatorname{ch} \epsilon H_\epsilon} G(\epsilon) \cos \eta, \quad U_\eta(\epsilon, \eta) = -\frac{U_\infty}{c H_\epsilon} g(\epsilon) \sin \eta,$$

где $G(\epsilon)$ и $g(\epsilon)$ — некоторые произвольные функции, зависящие только от радиальной координаты ϵ ; U_∞ — величина скорости набегающего потока, позволяет найти связь между функциями $G(\epsilon)$ и $g(\epsilon)$, сводя в итоге, исходную задачу к обыкновенному неоднородному дифференциальному уравнению третьего порядка для функции $G(\epsilon)$, решение которого можно получить в виде обобщенных степенных рядов, при этом радиус сходимости степенных рядов, которыми выражаются решения указанного уравнения, в окрестности начала координат, равен единице.

Литература

1. Коддингстон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М., 1958. 474 с.