ИМПЕДАНСНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА ДВИЖУЩИХСЯ ПЛОСКОСТЯХ

В.Т. Ерофеенко, Ю.В. Пулко

[1] Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики,

Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь

erofeenko@bsu.by, pulko@tut.by

В краевых задачах электродинамики часто используются импедансные граничные условия Щукина – Леонтовича на поверхностях неподвижных тел [1]. Представляет интерес получение импедансных граничных условий на подвижных границах раздела сред.

Рассмотрим плоскую границу $\Gamma_0(z = 0)$ раздела двух однородных сред, заполняющих полупространства $D_1(z < 0)$ и $D_2(z > 0)$. Среда D_2 характеризуется параметрами ε_2, μ_2,

γ_2, среда D_1 – вакуум с параметрами ε_0, μ_0. Граница раздела сред Γ_0 вместе со средой D_2 движется равномерно и прямолинейно вдоль постоянного вектора $\vec{V}$ со скоростью $V = |\vec{V}|$. Обозначим движущуюся плоскость через $\Gamma(t)$, а движущиеся полупространства через $D_1(t)$ и $D_2(t)$ соответственно. Будем предполагать, что $V \ll c$, где c — скорость света в вакууме, и $V \ll V_{cp}$, где V_{cp} — скорость света в среде D_2. В области $D_1(t)$ распространяется плоское электромагнитное поле $\vec{\mathbf{E}}_1$, $\vec{\mathbf{H}}_1$, которое представляет собой сумму падающего поля $\vec{\mathbf{E}}_0$, $\vec{\mathbf{H}}_0$, колеблющегося с частотой ω_0, и отраженного поля $\vec{\mathbf{E}}_1'$, $\vec{\mathbf{H}}_1'$, колеблющегося с круговой частотой ω_1. В область $D_2(t)$ проникает плоское монохроматическое электромагнитное поле $\vec{\mathbf{E}}_2$, $\vec{\mathbf{H}}_2$ с круговой частотой ω_2, которое удовлетворяет уравнениям Максвелла в движущейся проводящей среде:

$$\mathrm{rot}\vec{H}_2 = -i\varepsilon\omega_2\vec{E}_2 + \gamma\vec{E}_2 - \gamma\mu\left[\vec{H}_2,\vec{V}\right] + \varepsilon\vec{V}\mathrm{div}\vec{E}_2, \quad \mathrm{rot}\vec{E}_2 = i\mu\omega_2\vec{H}_2 \quad \text{в } D_2(t).$$

На основании граничных условий на движущейся поверхности раздела сред [2] разработано импедансное граничное условие, для плоских монохроматических волн.

Модель. *На движущейся границе $\Gamma(t)$ раздела проводящей среды и вакуума выполняется импедансное граничное условие для плоских монохроматических волн*

$$\hat{G}\vec{E}_{1\tau}\Big|_{\vec{r}\in\Gamma(t)} = \left(\hat{Z}\vec{H}_{1\tau} + \left(P\vec{E}_1,\vec{n}\right)\left[\vec{V},\vec{n}\right] + \left(K\vec{H}_1,\left[\vec{V},\vec{n}\right]\right)\left[\vec{V},\vec{n}\right]\right)\Big|_{\vec{r}\in\Gamma(t)},$$

где

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{V}t, \quad \vec{r}_0 \in \Gamma_0, \quad \vec{E}_{2\tau} = \begin{pmatrix} E_{2x} \\ E_{2y} \end{pmatrix}, \quad \vec{H}_{2\tau} = \begin{pmatrix} H_{2x} \\ H_{2y} \end{pmatrix},$$

$$\hat{G} = \hat{B} + (\varepsilon_2 - \varepsilon_0)\left(\vec{V},\vec{n}\right)\hat{S}, \quad \hat{Z} = \hat{I} - (\mu_2 - \mu_0)\left(\vec{V},\vec{n}\right)\hat{B}\hat{S},$$

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix}, \quad \hat{S} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$P = \varepsilon_0\left(1 - \frac{\varepsilon_2}{q_2}\left((\vec{V},\vec{l}) - \frac{\partial}{\partial t}\right)\right), \quad K = \frac{\varepsilon_2\varepsilon_0\mu_0}{q_2}\frac{\partial}{\partial t}, \quad L = (\vec{v},\mathrm{grad}),$$

α_1, α_2 — параметры первичного поля, в общем случае комплексные.

Литература

1. *Pelosi G., Ufimtsev P.Ya.* // IEEE Ant. And Propag. 1996. Vol 38, No.1. P.31.
2. *Ерофеенко В.Т., Пулко Ю.В.* // Вестн БГУ. Сер. 1. 2007. № 1. С. 113–117.