ОБОБЩЕННОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ОДНОМЕРНОЙ СИММЕТРИЧНОЙ СИСТЕМЫ ЧАСТИЦ

Г.Н. Губаль

Луцкий национальный технический университет, факультет компьютерных наук и информационных технологий,

Львовская 75, 43018 Луцк, Украина

hhm@lt.ukrtel.net

Решение задачи Коши для цепочки уравнений Боголюбова представляется в форме ряда итераций или функционального ряда [1]. Детально описать кластерный характер эволюции бесконечных систем с разными свойствами симметрии можно с помощью решения, представленного в форме разложения по кумулянтам [2, 3].

Рассмотрим одномерную симметричную систему многих частиц, взаимодействующих между собой посредством парного потенциала Φ. Пусть потенциал взаимодействия Φ удовлетворяет условиям, гарантирующим существование глобального по времени решения начальной задачи уравнений Гамильтона для системы конечного числа частиц. Например, Φ — дважды непрерывно дифференцируемая функция с компактным носителем.

В пространстве L^1_α последовательностей суммируемых функций на основании решения в форме разложения по кумулянтам доказывается, что задача Коши для цепочки уравнений Боголюбова с начальными данными, имеющими свойство факторизации (хаоса), эквивалентна соответствующей начальной задаче для обобщенного кинетического уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial t}F_1(t,x_1) = -p_1\frac{\partial}{\partial q_1}F_1(t,x_1) + \frac{1}{v}\int\limits_{\mathbb{R}^1\times\mathbb{R}^1} dx_2\,\{\Phi(q_1-q_2), F_2(t,x_1,x_2|F_1(t))\},$$

в котором функционал $F_2(t,x_1,x_2|F_1(t))$ определяется такой формулой:

$$F_2(t,x_1,x_2|F_1(t)) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{v^n}\int\limits_{\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}^n} d(X\backslash\{x_1,x_2\})\,\breve{\mathfrak{A}}^{(n)}\left(t, X_{\{x_1,x_2\}}\right)\prod_{j=1}^{n+2}F_1(t,x_j),$$

где $d(X\backslash\{x_1,x_2\}) = dx_3\ldots dx_{n+2}$, $\breve{\mathfrak{A}}^{(0)}(t) = \hat{S}^t_2(x_1,x_2)$, $\breve{\mathfrak{A}}^{(1)}(t) = -\hat{S}^t_2(x_1,x_2)(\hat{\mathfrak{A}}_2(t,x_1,x_3) + \hat{\mathfrak{A}}_2(t,x_2,x_3) + \hat{\mathfrak{A}}_3(t,x_1,x_2,x_3)$ и т. д.,

$$\hat{S}^t_2(x_1,x_2) = S_2(-t,x_1,x_2)\prod_{i=1}^{2}S_1(t,x_i), \qquad \hat{\mathfrak{A}}_{|X_i|}(t,X_i) = \mathfrak{A}_{|X_i|}(t,X_i)\prod_{x_j\in X_i}S_1(t,x_j),$$

$\mathfrak{A}_{|X_i|}(t,X_i)$ — кумулянт эволюционного оператора соответствующей группы частиц.

Пусть $S_1(t,x_1)F_1(t,x_1) \equiv F^0_1$ и $\|F_1(t,x_1)\| \leqslant r < +\infty$. В пространстве $L^1_0(\mathbb{R}^1\times\mathbb{R}^1) \subset L^1(\mathbb{R}^1\times\mathbb{R}^1)$ рассмотрим шар $\mathbb{S}(F^0_1,R)$ с центром в точке F^0_1 радиуса R:

$$\mathbb{S}(F^0_1,R) \equiv \left\{F_1(0)\in L^1_0(\mathbb{R}^1\times\mathbb{R}^1) : \left\|F_1(0)-F^0_1\right\| \leqslant R\right\}.$$

Справедлива следующая

Теорема 1. *Если* $F_1(0)\in\mathbb{S}(F^0_1,R)\subset L^1_0(\mathbb{R}^1\times\mathbb{R}^1)$, *то при условии*

$$\frac{1}{v} < \frac{1}{R+r}\min\{x,z\},$$

где x *— решение уравнения* $\frac{e^x}{1-x} = \frac{2R+r}{R+r}$, z *— решение уравнения* $e^z\cdot\frac{1+z-z^2}{(1-z)^2} = 2$, *существует единственное сильное глобальное по времени решение задачи Коши для обобщенного кинетического уравнения, которое представляется сильно сходящимся рядом*

$$F_1(t,x_1) = S_1(-t,x_1)F_1(0,x_1) + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{v^n}\frac{1}{n!}\int\limits_{\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}^n} d(X\backslash\{x_1\})\,\mathfrak{A}_{|X_{\{x_1\}}|}(t,X_{\{x_1\}})\prod_{i=1}^{n+1}F_1(0,x_i).$$

Литература

1. *Cercignani C., Gerasimenko V.I., Petrina D.Ya.* Many-particle dynamics and kinetic equations. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1997.

2. *Gerasimenko V.I., Ryabukha T.V., Stashenko M.O.* On the structure of expansions for the BBGKY hierarchy solutions // J. Phys. A: Math. and General. 2004. Vol. 37. № 42. P. 9861–9872.

3. *Сташенко М.А., Губаль Г.Н.* О теоремах существования решения начальной задачи для цепочки уравнений Боголюбова в пространстве последовательностей ограниченных функций // Сиб. мат. журн. 2006. Т. 47. № 1. С. 188–205.