

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

О.В. Белемук, А.В. Чичурин

Брестский госуниверситет, математический факультет

Космонавтов 21, 224016 Брест, Беларусь

`ob@brsu.brest.by`, `chio@tut.by`

Имеется ряд задач аналитической теории обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка, в которых использование систем компьютерной алгебры оказывается чрезвычайно эффективным. Некоторые из таких задач были сформулированы Шази в работе [1]

для уравнений

$$y''' = R(x, y, y', y''),$$

где R – рациональная функция по y, y', y'' с аналитическими коэффициентами по x . Мы рассматриваем задачи, связанные с исследованием свойств решений уравнения Шази третьего порядка с шестью особыми точками [1, 2].

Первая такая задача, связана с нахождением решений системы Шази [2, 3], содержащей 31 алгебраическое и дифференциальное уравнения. Решение первых девяти уравнений этой системы берется в виде, приведенном в работе [4]. При проведении компьютерных вычислений мы рассматриваем случай, когда первые шесть из 32 коэффициентов уравнения Шази являются постоянными величинами [3]. Вторая задача, связана с отысканием коэффициентных условий, позволяющих гарантировать наличие у уравнения Шази одно- и двух параметрических семейств решений (вид некоторых таких семейств решений приведен в работах [3, 5]). На основе решения первой задачи строятся дифференциальные уравнения третьего порядка с 32 конкретными коэффициентами. Для этих построенных уравнений решается вопрос об интегрируемости в квадратурах.

При решении трех указанных задач мы используем алгоритмы и процедуры системы *Mathematica* [6], а также программы, приведенные в [7]. С помощью функционального программирования, правил преобразования и процедурного программирования в кодах системы *Mathematica* удалось в значительной степени автоматизировать процесс решения рассматриваемых задач. Используя графические возможности системы *Mathematica* для найденных решений приводится визуализация и анимация (в зависимости от параметров).

Литература

1. Chazy J. Sur les equations differentielles du troisieme ordre et d'ordre superieur, don't l'integrale generale a ses points critiques fixes // Acta Math. 1911. Vol. 34. P. 317–385.
2. Лукашевич Н.А. К теории уравнения Шази // Дифференц. уравнения. 1993. Т.29, № 2. С. 353–357.
3. Чичурин А.В. Уравнение Шази и линейные уравнения класса Фукса. М.: Изд-во РУДН, 2003.
4. Мартынов И.П., Чичурин А.В. Использование системы *Mathematica* при решении системы уравнений Шази // Первая международная конференция "Математическое моделирование и дифференциальные уравнения". Институт математики НАН Беларуси, 2007. С. 89–91.
5. Чичурин А.В. К проблеме существования отображений между классами уравнений Шази и уравнениями второго порядка // Вестник Белорусского ун-та. Сер. 1, Математика. 2003. No. 2. С. 74–78.
6. Wolfram S. The Mathematica Book. 4-th ed. Wolfram Media/ Cambridge University Press, 1999.
7. Прокопеня А.Н., Чичурин А.В. Применение системы *Mathematica* к решению обыкновенных дифференциальных уравнений. Мн.: БГУ, 1999.