ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ИТЕРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ УСТАНОВЛЕНИЯ

Б. В. Фалейчик

Белорусский государственный университет,
пр. Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь
faleichik@bsu.by

Рассмотрим систему интегральных уравнений

$$v = \mathcal{S}F(v), \quad v \in V^n, \tag{1}$$

эквивалентную некоторой задаче Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$u'(x) = f(x, u(x)), \quad u(x_0) = u_0, \quad x_0 \leqslant x \leqslant x_0 + h. \tag{2}$$

Здесь $v : [0,1] \to \mathbb{R}^\kappa$, $F(v)(z) = f(x_0 + zh, u_0 + v(z))$, $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^\kappa \to \mathbb{R}^\kappa$, $\mathcal{S}v(x) = \int_0^x v(z)dz$. Для решения задачи (1) в [1] предложено следующее семейство аналитических итерационных процессов, основанных на принципе установления:

$$v_{k+1} = v_k + \tau \sum_{i=1}^{s} b_i \mathcal{K}_i(v_k), \quad \mathcal{K}_i(v) = \mathcal{F}\left(v + \tau \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} \mathcal{K}_j(v)\right), \quad i = \overline{1,s}, \tag{3}$$

где $\mathcal{F} = -\mathcal{I} + \mathcal{S}\mathcal{F}$, a_{ij}, b_i — коэффициенты некоторого s-стадийного явного метода Рунге – Кутты. Данное семейство итерационных процессов при должном выборе параметров обладает улучшенными свойствами сходимости на жестких задачах.

Дискретизация аналитических итерационных процессов (3) осуществляется путем перехода от (1) к дискретной задаче

$$v = \mathcal{S}\Pi_m F(v), \quad v \in V_m^n, \tag{4}$$

где Π_m — линейный оператор проектирования на некоторое подпространство $U_m^n \subset V^n$, $V_m^n = \mathcal{S}U_m^n$. В результате применения аналитического процесса (3) к конечномерной задаче (4) получается дискретный итерационный процесс, пригодный к машинной реализации.

В докладе обсуждаются вопросы численной реализации итерационных процессов установления (3). В частности, особое внимание уделяется многосеточному подходу, который при одинаковых требованиях к точности позволяет получить приближенное решение с меньшими вычислительными затратами, по сравнению с дискретными итерационными процессами на фиксированной сетке узлов. Кроме этого будет описан способ изменения длины шага «внутри» итерационного процесса, без потери текущего приближения. Обсуждаются также способы выбора начального приближения и оценки погрешности.

Литература

1. *Фалейчик Б. В.* Методы установления для приближенного решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С, Фундаментальные науки. 2006, №10. С. 41–44.