

# О РАЗЛОЖЕНИИ ОДНОГО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛА СО СТЕПЕННО-ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ОСОБЕННОСТЬЮ И ЯДРОМ КОШИ ПО МНОГОЧЛЕНАМ ЧЕБЫШЕВА ВТОРОГО РОДА

Г.А. Расолько<sup>1</sup>, Л.А. Альсевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Белгосуниверситет, механико-математический факультет,  
Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь  
rasolka@bsu.by

<sup>2</sup> Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики,  
Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь  
laalsevich@mail.ru

В теории сингулярных интегральных уравнений с ядром Коши известны разложения [1]:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{T_n(t)}{\sqrt{1-t^2} t-x} dt = U_{n-1}(x), \quad -1 < x < 1, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} U_{n-1}(t) \frac{dt}{t-x} = -T_n(x), \quad -1 < x < 1, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (2)$$

где  $T_n(x) = \cos(n \arccos(x))$ ,  $U_{n-1}(x) = (1-x^2)^{-1/2} \sin(n \arccos(x))$  — многочлены Чебышева первого и второго рода соответственно.

В [2] получены аналоги формул (1), (2) для сингулярного характеристического интегрального оператора с произвольными комплексными коэффициентами в некоторых классах функций по Мухелишвили [3]. Представляет интерес получить аналоги формул (1), (2) для сингулярного интеграла вида

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 Z(t) f(t) \ln \frac{1-t}{1+t} \frac{dt}{t-x}, \quad -1 < x < 1, \quad (3)$$

где  $f(x)$  — некоторая функция, непрерывная по Гельдеру,  $Z(x)$  имеет вид:  $Z(x) = (1-x)^\alpha (1+x)^\beta$ ,  $|\alpha| = |\beta| = 0,5$ . С интегралом (3) приходится иметь дело после обращения характеристического интегрального уравнения первого рода со специальной правой частью, встречающегося в приложениях. Авторами получены разложения сингулярного интеграла по многочленам Чебышева второго рода (при различных значениях  $Z(x)$ ):

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 Z(t) \ln \frac{1-t}{1+t} U_k(t) \frac{dt}{t-x} = \eta_0^{(k)} U_0(x) + \eta_1^{(k)} U_1(x) + \dots + \eta_{k-2}^{(k)} U_{k-2}(x) - \pi Z(x) U_k(x), \quad |x| < 1,$$

где  $\eta_0^{(k)}, \eta_1^{(k)}, \dots, \eta_{k-2}^{(k)}$  — известные числа.

Данные разложения применены к численному решению сингулярного интегрального уравнения первого рода.

## Литература

1. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1966. Т.2.
2. Шешко М.А., Расолько Г.А. Разложение сингулярного характеристического интегрального оператора с ядром Коши по многочленам Чебышева // Доклады НАН Беларуси 2001. Т. 45. № 5. С. 41–44.
3. Мухелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука, 1968.