

О НЕЛИНЕЙНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ПОЛИТРОПНОГО ГАЗА В ПЕРЕМЕННЫХ ЭЙЛЕРА

П. Матус¹. А. Колодынска²

¹ Институт математики НАН Беларуси, Сурганова 11, 220072 Минск, Беларусь
matus@im.bas-net.by

² Католический университет Люблина им. Иоанна Павла II
akolodynska@interia.pl

В прямоугольнике $\bar{Q}_T = \{(x, t) : 0 \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T\}$ рассматривается начально-краевая задача для системы уравнений газовой динамики вида

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial x} (p + \rho v^2) = 0, \quad p = \kappa \rho^\gamma,$$

$$\rho(x, 0) = \rho_0(x), \quad v(x, 0) = v_0(x), \quad v(0, t) = \bar{v}_1(t), \quad \rho(0, t) = \bar{\rho}_2(t).$$

Данная задача является корректно поставленной лишь для сверхзвуковых течений, т. е. когда число Маха $v/c > 1$, где

$$c = \sqrt{\gamma \kappa} \rho^{(\gamma-1)/2}$$

— скорость звука. Данная система уравнений записывается далее в инвариантах Римана, для которых строятся обычные линеаризованные разностные схемы бегущего счета.

В данном докладе приводятся результаты по исследованию нелинейной устойчивости разностных схем без использования какой-либо информации о свойствах решения исходной нелинейной задачи. В общем случае априорные оценки устойчивости можно получить лишь до конечного момента времени $t \leq t_0$. Это обусловлено тем фактом, что решение уравнения Риккати, которое описывает поведение норм соответствующих производных со временем, становится неограниченным за конечный промежуток времени $t = t_0$. Таким образом возникают ударные волны.

Найдены достаточные условия на входные данные задачи при выполнении которых в физической среде не возникают ударные волны. В этом случае удается доказать ρ -устойчивость разностных схем для любого конечного момента времени T .