

СРАВНЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ ПО СПИНОВЫМ ПЕРЕМЕННЫМ С ГАУССОВЫМИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ

В.Б. Малиютин

Институт математики НАН Беларуси.

Сурганова 11, 220072 Минск, Беларусь

malyutin@im.bas-net.by

В настоящее время наиболее хорошо изучены гауссовы функциональные интегралы [1], с которых начиналось исследование и применение функциональных интегралов в математике и физике. Развитие физики и математики приводит к необходимости изучения негауссовых интегралов, в частности, интегралов по спиновым переменным, широко используемым в задачах квантовой и статистической физики [2,3].

В этой работе производится сравнение интегралов по спиновым переменным с гауссовыми функциональными интегралами на примере вычисления моментов k -ого порядка. Гауссов функциональный интеграл определяется переходной функцией

$$S(t_1, t_2, x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi[1 - \exp(-2m|t_1 - t_2|)]} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x_1 - \exp(-m|t_1 - t_2|)x_2)^2}{1 - \exp(-2m|t_1 - t_2|)}\right) \quad (1)$$

и нормировочной функцией $(2\pi)^{-1/2} \exp(-x(T)^2/2)$.

Интеграл по спиновым переменным определяется нормировочной функцией $1/2$ и переходной функцией

$$S(t_1, t_2, x_1, x_2) = \frac{1}{2}(1 + \exp(-m|t_1 - t_2|)x_1x_2). \quad (2)$$

Теорема. Для гауссова функционального интеграла, определяемого переходной функцией (1), и для функционального интеграла по спиновым переменным, определяемого переходной функцией (2), для четных k справедливо равенство

$$\int \prod_{j=1}^k x(\tau_j) d\mu(x) = \sum_{j_1, \dots, j_k} (-1)^p \prod_{l=1}^{k/2} C(\tau_{j_{2l-1}}, \tau_{j_{2l}}), \quad (3)$$

где $\sum_{j_1, \dots, j_k}$ означает суммирование по всем разбиениям чисел $(1, \dots, k)$ на различные пары, $C(t, \tau) = \exp(-m|t - \tau|)$, для гауссова интеграла $p = 0$, для интеграла по спиновым переменным p — четность перестановки $(j_1, \dots, j_k)$ при условии, что перестановка внутри пары $(j_{2l-1}, j_{2l}), l = 1, \dots, k/2$, не меняет знака. Для нечетных k интеграл равен нулю.

Литература

1. Егоров А.Д., Соболевский П.И., Янович Л.А. Приближенные методы вычисления континуальных интегралов. Мн.: Наука и техника, 1985.
2. Хуанг К. Статистическая механика. М., 1966.
3. Васильев А.Н. Функциональные методы в квантовой теории поля и статистике. Ленинград, 1976.