

ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ РЕГУЛЯРИЗОВАННОЙ МОДЕЛИ СРЕДЫ БИНГАМА

П.П. Гриневич, М.А. Ольшанский

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119991, Ленинские горы, ГСП-1, Москва, Россия

В данной работе рассматривается численное моделирование среды Бингама, задаваемой следующей системой уравнений:

$$-\operatorname{div} \tau + \nabla p = f \quad \text{в } \Omega, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} u = 0 \quad \text{в } \Omega, \quad (2)$$

$$u = u_b \quad \text{на } \partial\Omega, \quad (3)$$

где τ задаётся соотношением

$$\tau = 2\mu Du + \tau_s \frac{Du}{|Du|}, \quad \text{если } |Du| \neq 0, \quad (4)$$

$$|\tau| \leq \tau_s, \quad \text{если} \quad |\mathbf{Du}| = 0. \quad (5)$$

Здесь через τ_s обозначен предел текучести, а через $\mathbf{Du}$ – тензор скоростей деформации.

Особенностью этой модели является то, что она допускает наличие "жёстких зон", т.е. областей, где среда движется как твёрдое тело. Из-за того, что эффективная вязкость в жёстких зонах не определена, проводят регуляризацию с малым параметром ε , заменяя гладкой функцией, принимающей большие, но конечные значения.

Для дискретизации уравнений использован метод конечных разностей с разнесёнными сетками.

Важным моментом является выбор метода решения СЛАУ, возникающей на каждой нелинейной итерации. Матрица, получаемая в результате дискретизации является симметричной, но знаконеопределённой, что приводит к необходимости аккуратного выбора линейного решателя и предобуславливателя. Рассматриваются разные варианты выбора предобуславливателей для дополнения по Шуру.

Матрицы и методы решения уравнений реализованы с помощью библиотеки линейной алгебры PETSc.