

РАЗНОСТНЫЕ АЛГОРИТМЫ МЕТОДА ХАРАКТЕРИСТИК ВТОРОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ

П.А. Вакульчик

Белорусский государственный университет,
пр. Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь

Рассматривается задача Коши для системы гиперболических уравнений [1] первого порядка

$$\frac{\partial u}{\partial t} + A(x, t, u) \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t, u), \quad a \leq x \leq b, \quad u(x, 0) = u_0(x), \quad (1)$$

где $u = \{u_1(x, t), u_2(x, t), \dots, u_n(x, t)\}$ — неизвестные вектор-функции, $f = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ — известная вектор-функция аргументов $x, t, u_1, \dots, u_n$, $A = \{\{a_{km}(x, t, u)\}\}$ — матрица коэффициентов ($k, m = \overline{1, n}$). Пусть $\xi_k = \xi_k(x, t, u)$ — собственные значения матрицы A и $\xi_1 > \xi_2 > \dots > \xi_n$, а $l_{km} = l_{km}(x, t, u)$ — элементы матрицы левых собственных векторов A .

Построение вычислительных алгоритмов осуществляется на основании сведения (1) к системе интегральных соотношений

$$\sum_{m=1}^n \int l_{km}(x, t, u) du_m = \int \varphi_k(x, t, u) dt, \quad k = 1, \dots, n, \quad (2)$$

где интегрирование в соотношении номера k осуществляется вдоль характеристического направления $dx/dt = \xi_k(x, t, u)$, $k = \overline{1, n}$. Точность полученной разностной схемы будет зависеть от точности вычисления интегралов в (2). Изучены разностные схемы второго порядка точности на сетке, полученной от пересечения семейств характеристик с номерами $k = 1$ и $k = n$. Отмечается тот факт, что разностные схемы порядка точности, начиная со второго, приводят к системам нелинейных численных уравнений относительно координат точки верхнего временного слоя и значений компонент приближенного решения в ней. Предлагаются итерационные алгоритмы решения полученных нелинейных систем второго порядка сходимости, основанные на идее улучшения сходимости последовательностей и рядов. Подробно рассмотрен случай $n = 2$ и указывается на обобщение результатов, если $n \geq 3$.

Литература

1. *Рождественский Б.Л.* Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике / Б.Л. Рождественский, Н.Н. Яценко — М.: Наука, 1978. 688 с.