АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНОЙ ЧЕТЫРЕХУРОВНЕВОЙ МИНИМАКСНОЙ ЗАДАЧИ

Н.М. Федорцова

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
П.Бровки 6, 220027 Минск, Беларусь
fedartsova@tut.by

Введение. Для построения оптимальной гарантированной стратегии управления в классе ограниченных управляющих воздействий, когда управление может корректироваться в заданный промежуточный момент времени, необходимо строить решения минимаксной задачи четвертой кратности относительно векторных аргументов на каждом уровне. Нахождение решений кратных минимаксных задач сопряжено с существенными вычислительными трудностями и, как отмечается в [1], в ближайшем будущем не стоит ожидать, что для функций общего вида эта проблема будет решена.

В данной работе показано, как минимаксную задачу четвертой кратности, имеющую специальную структуру, можно аппроксимировать сверху двухуровневой минимаксной задачей более простой структуры.

Решение специальной четырехуровневой минимаксной задачи. Рассматривается минимаксная задача четвертой кратности вида

$$P_0(z_0):\begin{cases}\min\limits_{\psi_1}\max\limits_{z_1}\min\limits_{\psi_2}\max\limits_{z_2}\left(z_1^TS_1z_1+z_2^TS_2z_2\right)\\ \text{при условиях}\quad \psi_1^TG_1\psi_1\leqslant v_1,\\ \qquad\qquad\qquad\quad \psi_2^TG_2\psi_2\leqslant v_2,\\ \qquad\qquad\qquad\quad \|z_1-F_1z_0-G_1\psi_1+d_1\|_2^2\leqslant w_1,\\ \qquad\qquad\qquad\quad \|z_2-F_2z_1-G_2\psi_2+d_2\|_2^2\leqslant w_2,\end{cases}$$

где $\psi_1,z_1,\psi_2,z_2\in R^n$ — векторные переменные, относительно которых ведется оптимизация, векторы $d_1,d_2,z_0\in R^n$, числа $v_1,v_2,w_1,w_2>0$ и матрицы $F_1,F_2,S_1,S_2,G_1,G_2\in R^{n\times n}$ заданы ($detF_1\neq 0$, $detF_2\neq 0$, матрицы S_1,S_2,G_1,G_2 положительно определены), $\|z\|_2^2=$ $=z^Tz$.

Доказано, что задача $P_0(z_0)$ может быть аппроксимирована сверху задачей математического программирования вида

$$P_0^*(z_0):\begin{cases}\max\limits_{\alpha\in R^2}\min\limits_{\lambda\in R^2} f(z_0,\lambda,\alpha)\\ \text{при условиях}\quad \alpha_i\geqslant 0, i=\overline{1,2},\\ \qquad\qquad\qquad\quad \lambda_1\geqslant\mu_1(\lambda_2,\alpha_2),\ \lambda_2\geqslant\mu_2,\end{cases}$$

где μ_2 — максимальное собственное значение матрицы S_2, $\mu_1(\lambda_2,\alpha_2)$ — максимальное собственное значение матрицы $\bar{S}_1(\lambda_2,\alpha_2)$. Матричная функция $\bar{S}_1(\lambda_2,\alpha_2)$ и скалярная функция $f(z_0,\lambda,\alpha)$ построены с использованием исходных данных F_i,G_i,S_i,d_i,w_i, $i=\overline{1,2}$.

Показано, что функция $f(z_0,\lambda,\alpha)$ выпукла относительно переменной $\lambda\in R^2$ и вогнута относительно переменной $\alpha\in R^2$. Принимая во внимание этот факт, можно сделать вывод о том, что задача $P_0^*(z_0)$ имеет решение и может быть легко решена в режиме on-line с помощью стандарных методов. Учет специфики задачи $P_0^*(z_0)$ позволяет разработать для нее и специальные методы решения.

На базе оптимального решения λ^0,α^0 данной задачи строится аппроксимация оптимальной политики управления исходной задачи оптимального управления.

Литература

1. *Федоров В.В.* Численные методы максимина. М.: Наука, 1979.