ТЕОРЕМА ХИКСА ДЛЯ ОТКРЫТОЙ МОДЕЛИ ЛЕОНТЬЕВА — ФОРДА

А.Н. Таныгина

Белгосуниверситет, механико-математический факультет,
Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь
anast-minsk@yandex.ru

Рассматривается открытая модель Леонтьева — Форда [1], основные уравнения которой образуют следующую систему:

$$\begin{cases} x = A_{11}x + A_{12}y + c, \\ y = A_{21}x + A_{22}y - d, \end{cases} \tag{1}$$

где $x,\ c \in \mathbb{R}^m_+,\ y,\ d \in \mathbb{R}^n_+,\ A_{ij}\ \ (i,j = 1,2)$ — неотрицательные матрицы. При этом вектор c является заданным, а векторы $x,\ y$ и d — неизвестными.

Аналог классической теоремы Хикса [2] для открытой модели Леонтьева — Форда доказывается в предположении о продуктивности данной модели. Модель Леонтьева - Форда называется *продуктивной*, если система (1) имеет хотя бы одно неотрицательное решение (x, y, d) для любого неотрицательного вектора c. Продуктивность модели Леонтьева - Форда эквивалентна выполнению неравенства $\rho(A_{11}) < 1$ [3].

В ходе доказательства выделяется класс решений системы (1), обладающих свойством *регулярности*. Согласно [4], для любого неотрицательного решения (x, y, d) системы (1) существует диагональная матрица $\Lambda = \Lambda_{(x,y,d)},\ 0 \leqslant \Lambda \leqslant I$, такая, что $d = \Lambda(A_{21}x + A_{22}y)$, а x и y удовлетворяют системе

$$\begin{cases} x = A_{11}x + A_{12}y + c, \\ y = (I - \Lambda)A_{21}x + (I - \Lambda)A_{22}y, \end{cases} \tag{2}$$

с матрицей $A_\Lambda = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ (I-\Lambda)A_{21} & (I-\Lambda)A_{22} \end{pmatrix}$. При этом для одного конкретного решения системы (1) может существовать, вообще говоря, несколько таких матриц Λ. Неотрицательное решение (x, y, d) системы (1) называется *регулярным*, если для хотя бы одной построенной по нему диагональной матрицы Λ выполняется неравенство $\rho(A_\Lambda) < 1$.

Теорема Хикса для модели Леонтьева — Форда рассматривалась В.Я. Стеценко [5]. Однако в [5] вектор d, наряду с вектором c, предполагался заданным, и, кроме того, предполагалось выполненным условие $\rho(A) < 1$, где A — технологическая матрица модели Аналог теоремы Хикса, приводимый в данном докладе, имеет место как в случае выполнения неравенства $\rho(A) < 1$, так и в случае, когда $\rho(A) \geqslant 1$.

Литература

1. *Леонтьев В.В., Форд Д.* Межотраслевой анализ воздействия структуры экономики на окружающую среду // Экономика и математические методы. 1972. Т 8. № 3. С. 370–399

2. *Моришима М.* Равновесие, устойчивость, рост. Многоотраслевой анализ. М.. Наука, 1972

3. *Забрейко П.П.* Открытая модель Леонтьева – Форда // Труды Института математики НАН Беларуси. 2007. Т. 15. № 2. С. 25–36

4. *Забрейко П.П., Таныгина А.Н.* Неявный метод описания решений открытой модели Леонтьева — Форда // Доклады НАН Беларуси. 2008. Т. 52. № 2 С. 17 -22.

5. *Стеценко В.Я.* Законы сравнительной статики Хикса для модели Леонтьева – Форда // Доклады АН Таджикской ССР 1983. Т 26 № 1. С. 12–16.