

ОБОСНОВАНИЕ СЛАБОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА К ИСКАЖЕНИЯМ МОДЕЛИ

Ю.М. Смирнов¹, А.А. Салангин²

¹ Холдинговая компания «Ленинец», Московский пр-т, 212, Санкт-Петербург, Россия
yusmir@yandex.ru

² Псковский государственный политехнический институт, кафедра физики,
Л. Толстого, 4, 180000 Псков, Россия
alsalan@yandex.ru

Доказано, что разница значений критериальной функции в точках близких к оптимуму имеет второй порядок малости для трех типов задач параметрического синтеза и получены прямые оценки этой разницы при использовании директивных распределений ресурсов.

В частности, общая постановка задачи разработки и реализации проекта формулируется как задача минимизации некоторого критерия F близости мощностей $F_i = x_i y_i$ к единице ($0 < x_i, y_i < 1$) при ограничении на затраты G по увеличению мощности [1].

$$F = 1 - \prod_i x_i y_i, \quad G = \sum_i \alpha_i \ln \frac{1}{1-x_i} + \sum_i \beta_i \ln \frac{1}{1-y_i} \leq G_0.$$

Оценку относительного отклонения критериальной функции в окрестности x^{opt} можно представить в виде

$$\frac{dF}{1-F} = \frac{1}{2} \sum_i \left[\frac{1}{1-x} \left(\frac{dx}{x} \right)^2 + \frac{1}{1-y} \left(\frac{dy}{y} \right)^2 \right], \quad (1)$$

Рассмотрим директивное распределение, представляя x_i, y_i параметрически в виде дробно-рациональных функций

$$x_i = \frac{r_i t}{r_i t + \alpha_i (1-t)}, \quad y_i = \frac{r_i t}{r_i t + \beta_i (1-t)},$$

где t — календарное время, α_i, β_i — удельные затраты по направлениям проекта.

Оценим влияние на критериальную функцию погрешности в задании α_i, β_i (при $r_i = 1$ имеем распределение с равными удельными эффективностями затрат по всем направлениям проекта). Имеем

$$\left(\frac{dx}{x} \right) = (1-x)(\tau - \varepsilon), \quad \left(\frac{dy}{y} \right) = (1-y)(\tau - \delta),$$

где $\tau = \frac{dt}{t(1-t)}$, $\varepsilon = \frac{d\alpha}{\alpha}$, $\delta = \frac{d\beta}{\beta}$. Тогда из 1 после преобразований получим

$$E = \frac{dF}{1-F} = \frac{1-t}{2t} \left[\sum_i (a_i \varepsilon_i^2 + b_i \delta_i^2) - \frac{[(a, \varepsilon) + (b, \delta)]^2}{A+B} \right],$$

где $a_i = \alpha_i x_i$, $b_i = \beta_i y_i$, $A = \sum_i a_i$, $B = \sum_i b_i$. Пусть α_i, β_i независимы и $M(\varepsilon_i) = M(\beta_i) = 0$, $D(\varepsilon_i) \simeq D(\beta_i) = \sigma^2$. Тогда математическое ожидание $M(E)$ лежит в интервале

$$\frac{n-1}{n} (A+B) \sigma^2 < M(E) < (A+B) \sigma^2,$$

где n — количество направлений проекта.

Отсюда следует, что влияние на критериальную функцию погрешности в задании α_i, β_i имеет второй порядок малости.

Литература

1. Смирнов Ю.М., Салангин А.А. Системный подход к проектированию сложных систем // Вестн. Херсонского национального технич. ун-та. Вып. 2(25). Херсон: ХНГУ, 2006. С. 466–472.