УПРАВЛЯЕМОСТЬ В ПРОСТРАНСТВЕ $\mathbb{R}^n$ И ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ДОСТИЖИМОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

О.А. Панасик

Гродненский государственный университет, факультет математики и информатики,

Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь

panasikolga@rambler.ru

Пусть объект управления описывается системой

$$\frac{dA_0x(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t), \quad t \in T = [0, t_1], \quad t_1 > 0, \tag{1}$$

$$x(0) = q, \quad q \in \mathbb{R}^n. \tag{2}$$

Здесь A_0, A — постоянные $n \times n$-матрицы, B – постоянная $n \times r$-матрица, пара матриц (A_0, A) - регулярная, x — n-вектор фазовых переменных, u — r-вектор управления, выбираемый из множества допустимых управлений U_{A_0}, которое состоит из достаточно гладких функций $u(t), t \in T$, согласованнных с начальным условием (2), то есть выполняется равенство

$$[E - C_0A_0]\, q = \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{d}{dt}\right)^{i-1} [C_iBu(t)]\Big|_{t=0}, \tag{3}$$

где $k = \operatorname{index}(A_0, A)$, C_i, $i = \overline{0,k}$, — базовые матрицы пары матриц (A_0, A) [1].

Определение 1. Пусть задано некоторое конечное положение $c \in \mathbb{R}^n$. Будем говорить, что оно достижимо системой (1) из заданного начального положения, удовлетворяющего условию (3), если существует допустимое управление $u(t)$, $t \in T$, такое, что решение $x(t)$, $t \in T$, системы (1), (2) удовлетворяет условию $x(t_1) = c$.

Систему (1), (2) назовем управляемой в пространстве $\mathbb{R}^n$, если для любого начального положения (2), удовлетворяющего (3), достижимы все конечные положения $c \in \mathbb{R}^n$.

Определение 2. Некоторое положение $c \in \mathbb{R}^n$ будем называть H-достижимым системой (1) из заданного начального положения, удовлетворяющего условию (3), если существует допустимое управление $u(t)$, $t \in T$, такое, что решение $x(t)$, $t \in T$, системы (1), (2) удовлетворяет условию $Hx(t_1) = Hc$.

Будем говорить, что система (1), (2) H-относительно достижима, если для любого начального положения (2), удовлетворяющего (3), H-достижимы все конечные положения $c \in \mathbb{R}^n$.

Теорема 1. *Система (1), (2) H-относительно достижима тогда и только тогда, когда*

$$\operatorname{rank}(HC_kB, \ldots, HC_1B, HC_0B, H(C_0A)C_0B, \ldots, H(C_0A)^{l-1}C_0B) = \operatorname{rank} H,$$

где $k = \operatorname{index}(A_0, A)$, l *— степень минимального многочлена матрицы* C_0A.

Теорема 2. *Система (1), (2) управляема в пространстве* $\mathbb{R}^n$ *тогда и только тогда, когда* $\operatorname{rank}(C_kB, \ldots, C_1B, B, AC_0B, \ldots, (AC_0)^{l-1}B) = n$.

Литература

1. *Бояринцев Ю.Е.* Линейные и нелинейные алгебро-дифференциальные системы. Новосибирск: Наука, 2000.