ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ РЕГУЛЯРНЫХ АЛГЕБРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Е.А. Наумович, О.А. Панасик

Гродненский государственный универсистет, факультет математики и информатики,

Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь

panasikolga@rambler.ru

Пусть объект управления описывается линейной алгебро-дифференциальной системой

$$\frac{dA_0x(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t), \quad t \in T = [0;t_1], \quad t_1 > 0, \tag{1}$$

$$x(0) = q, \quad q \in \mathbb{R}^n. \tag{2}$$

с функционалом

$$I(u) = \int\limits_0^{t_1} x'(t)K(t)x(t)dt + \sum_{j=0}^{k-1}\int\limits_0^{t_1} K_j(t)(u^{(j)}(t))^2dt + \int\limits_0^{t_1} K_k(t)(u^{(k)}(t))^2dt. \tag{3}$$

Здесь A_0, A — постоянные матрицы размера $n\times n$, B — постоянный n-вектор, причем для пары матриц (A_0, A) выполняется условие регулярности: существует комплексное λ, при котором $\det[\lambda A_0 - A] \neq 0$; x — n-вектор фазовых переменных; u — скалярная функция управления, выбираемая из множества допустимых управлений U_{A_0}, где U_{A_0} состоит из согласованных с начальным условием (2) достаточно гладких функций $u(t)$, $t \in T$, для которых решение $x(t)$, $t \in T$, задачи (1), (2) — непрерывно, а функция $A_0 x(t), t \in T$, — непрерывно дифференцируема, т. е. выполняется условие согласования

$$[E - C_0 A_0] q = \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{d}{dt}\right)^{i-1} [C_i B u(t)]\Big|_{t=0}, \tag{4}$$

где $k = \operatorname{index}(A_0, A)$, C_i, $i = \overline{0,k}$, — базовые матрицы пары матриц (A_0, A) [1].

Отметим, что если $\det A_0 \neq 0$, то U_{A_0} совпадает с множеством всех кусочно-непрерывных функций $u(t)$, $t \in T$.

Будем считать, что система (1), (2) управляема в пространстве $\mathbb{R}^n$, то есть выполнены [1] условия: $\operatorname{rank}[A_0, B] = n$, $\operatorname{rank}[\lambda A_0 - A, B] = n$ для всех комплексных λ.

Функция управления $u(t)$ и ее производные $u^{(j)}(t)$, $j = \overline{1,k}$, суммируемы с квадратом на T.

Матрица $K(t)$ — симметричная неотрицательная, размера $n \times n$, элементы которой принадлежат $L^n[T]$; $K_j(t)$, $j = \overline{0, k-1}$, — положительные на отрезке T функции; $K_k(t)$ — измеримая и ограниченная в существенном на T функция [2].

Пусть задача (1), (2) имеет решение при некоторых $u(t)$, удовлетворяющих (4). Необходимо определить $u_0(\cdot) \in U_{A_0}$ из условия минимума функционала (3) [2].

В докладе приведен алгоритм решения сформулированной задачи оптимального управления.

Литература

1. *Бояринцев Ю.Е.* Линейные и нелинейные алгебро-дифференциальные системы. Новосибирск: Наука, 2000.

2. *Минюк С.А., Бойко В.К.* О решении некоторых задач оптимального управления для линейных систем функционально-дифференциальных уравнений // Известия РАН. Теория и системы управления. 1998. № 4. С. 91–98.