ОБ УСЛОВИЯХ ПОЛНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ ВПОЛНЕ РЕГУЛЯРНЫХ АЛГЕБРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

А.В. Метельский

Белорусский национальный технический университет,

пр. Независимости 65, 220013 Минск, Беларусь

ametelski@bntu.by

Изучается линейная автономная алгебро-дифференциальная система с запаздыванием вида

$$\frac{d}{dt}(A_0x(t)) = Ax(t) + A_1x(t-\delta) + Bu(t), \quad t \geqslant 0, \tag{1}$$

$$A_0x(0) = A_0q(0), \quad A_1x(t) = A_1q(t), \quad t \in [-\delta; 0). \tag{2}$$

Здесь x — $n-$ вектор-столбец решения уравнения (1) с непрерывной начальной функцией $q(\cdot) \in C([-\delta;0], \mathbb{R}^{\varkappa})$; u — $r-$ вектор кусочно-непрерывного управления; $A_0, A, A_1 - n \times n-$ и $B - n \times r-$ постоянные матрицы; $0 < \delta$ — постоянное запаздывание.

Определение 1. Систему (1), (2) назовем вполне регулярной, если степень полинома переменной λ: $\deg_\lambda \det(\lambda A_0 - A) = \kappa$, где $\kappa = \operatorname{rank} A_0\,(1 \leqslant \kappa < n)$.

Вполне регулярная система (1), (2) имеет [1] единственное решение при любом кусочно-непрерывном управлении $u(t)$, $t \geqslant 0$.

Определение 2. Начальное состояние (2) назовем полностью управляемым, если существуют момент времени $t_1 > 0$ и кусочно-непрерывное управление $u(t)$, $t \in [0; t_1]$, что выполняются соотношения

$$A_1x(t) = 0, \quad t \in [t_1 - \delta, t_1), \quad A_0x(t_1) = 0. \tag{3}$$

Если равенство (3) при достаточно большом, но фиксированном моменте времени $t_1 >$ > 0 возможно для любого начального состояния (2), то систему (1), (2) назовем полностью управляемой.

Теорема 1. *Для полной управляемости системы (1), (2) необходимо и достаточно, чтобы одновременно выполнялись условия:*

1) $\operatorname{rank}\begin{bmatrix} \lambda A_0 - A - e^{-\lambda\delta}A_1 \\ B \end{bmatrix} = n \quad \forall\, \lambda \in \mathbb{C}$;

2) для каждого $\mu \in \mathbb{C}$ *найдется минор* $M_n(\lambda,\mu)$ *порядка* n *матрицы* $\begin{bmatrix} \lambda A_0 - A - \mu A_1 \\ B \end{bmatrix}$ *такой, что* $\deg_\lambda M_n(\lambda,\mu) = \kappa$.

Доказательство теоремы 1 использует идеи работы [1]. А именно, вводится двойственная система наблюдения, для которой формулируется определение конструктивной идентифицируемости в заданном направлении — идентифицируемости посредством линейной ограниченной операции. Доказывается, что система наблюдения полностью конструктивно идентифицируема (в любом заданном направлении из класса гладких функций) тогда и только тогда, когда двойственная ей система управления полностью управляема. При выполнении условий теоремы 1 можно получить интегральное представление производных выхода двойственной системы наблюдения, и операцию восстановления текущего состояния построить в интегральной форме.

Рассуждения носят конструктивный характер. Для вполне регулярных двойственных систем наблюдения и управления вида (1), (2) строится непрерывный оператор восстановления и предлагается процедура вычисления успокаивающего управления.

Литература

1. *Метельский А.В., Минюк С.А.* Критерии конструктивной идентифицируемости и полной управляемости линейных стационарных систем нейтрального типа // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2006. № 5. С. 15–23.