О ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ, ПОРОЖДАЕМОЙ ЗАДАЧЕЙ ГЛОБАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯМИ ЛЯПУНОВА

А.А. Козлов

Институт математики НАН Беларуси

Сурганова 11, 220072 Минск, Беларусь

kozlovaa@tut.by

Рассмотрим линейную нестационарную управляемую систему

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad t \geqslant 0, \tag{1}$$

с локально интегрируемыми по Лебегу и интегрально ограниченными матрицами коэффициентов A и B. Замкнем систему (1) при помощи линейной обратной связи $u = U(t)x$, в которой произвольная фиксированная $(m \times n)$-матрица U предполагается ограниченной и измеримой. Тогда получим замкнутую однородную систему

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \tag{2}$$

характеристическими показателями которой будут являться числа $\lambda_1(A + BU) \leqslant \ldots$ $\ldots \leqslant \lambda_n(A + BU)$. Задача глобального управления показателями Ляпунова [1] состоит в построении для системы (1) такой обратной связи $u = U(t)x$, которая обеспечила бы равенства $\lambda_i(A + BU) = \mu_i$, $i = \overline{1,n}$, где $\mu_1 \leqslant \ldots \leqslant \mu_n$ — заранее заданные вещественные числа.

Решение этой задачи может быть сведено к решению задачи векторного управления системой (1) на произвольном отрезке фиксированной длины $\sigma > 0$ (т.е. нахождению такого управления u, которое обеспечивало бы приведение решения системы (1) с этим управлением, начинающегося в произвольной точке пространства $\mathbb{R}^n$, в нужную нам точку фазовой плоскости за время σ) с дополнительными фазовыми ограничениями на траекторию решения системы (1) с выбранным допустимым управлением. В работе [2] для равномерно вполне управляемой [1, 3] двумерной системы (1) с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами была доказана глобальная управляемость показателей Ляпунова соответствующей системы (2). Здесь возможность выбора необходимого векторного управления устанавливала лемма 2 этой работы. В докладе приводится аналог этой леммы для трехмерных систем (1).

Введем следующие обозначения. Пусть $X(t,s)$, $t,s \geqslant 0$, — матрица Коши системы (2) при $U = 0$. Зафиксируем произвольные $t_0 \geqslant 0$, $p \in \mathbb{N}\backslash\{1\}$ и разобьем отрезок $[t_0, t_0 + \sigma]$ точками t_i, $i = \overline{1, p-1}$, на p равных частей. Для любой измеримой и ограниченной функции $u(t)$, $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$, положим $w_i(t_0, u) := \int_{t_{i-1}}^{t_i} X(t_0, \tau)B(\tau)u(\tau)\, d\tau$, $i = \overline{1,p}$. Имеет место

Теорема 1. *Пусть $n = 3$ и $m \in \{1, 2, 3\}$. Если система (1) σ-равномерно вполне управляема, то существуют такие $\theta > 0$ и $\gamma > 0$, что для любых $t_0 \geqslant 0$, $0 < \varphi \leqslant \theta$ и $p \in \mathbb{N}$, $p \geqslant 2$, найдутся числа $\theta_1 = \theta_1(\theta) > 0$ и $\ell = \ell(\gamma, \varphi) > 0$, круговые конусы $K_i \subset \mathbb{R}^3$, величины углов раствора которых не превосходят φ, измеримые управления $u_i(t)$, $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$, и множества $M_i \subset \{1, \ldots, p\}$, $i = \overline{1,3}$, для которых выполняются соотношения $\sphericalangle(K_i, K_j) \geqslant \theta_1$, $i, j = \overline{1,3}$, $i \neq j$, $\|u_i(t)\| \leqslant \gamma$, $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$, $i = \overline{1,3}$, $w_j(t_0, u_i) \in K_i$, $j \in M_i$, $i = \overline{1,3}$, и $\| \sum_{j \in M_i} w_j(t_0, u_i)\| \geqslant \ell$.*

Литература

1. *Тонков, Е.Л.* Критерий равномерной управляемости и стабилизация линейной рекуррентной системы // Дифференц. уравнения. 1979. Т. 15. № 10. С. 1804–1813.

2. *Козлов А.А.* Об управлении показателями Ляпунова двумерных линейных систем с локально интегрируемыми коэффициентами // Дифференц. уравнения. 2008. Т. 44. № 9. С.

3. *Kalman, R.E.* Contribution to the theory of optimal control // Boletin de la Sociedad Matematika Mexicana. 1960. Vol. 5. № 1. P. 102–119.