О СТАБИЛИЗАЦИИ СИСТЕМ ВТОРОГО ПОРЯДКА НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА

В.В. Карпук, А.В. Метельский

Белорусский национальный технический университет, пр. Независимости 65, 220013 Минск, Беларусь
ametelski@bntu.by

Рассмотрим систему n линейных автономных дифференциально-разностных уравнений нейтрального типа

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-h) + C_1 \dot{x}(t) + bu(t), \quad t \geqslant 0,$$

$$x(t) = \varphi(t), \quad t \in [-h, 0], \quad \dot{\varphi}(\cdot) \in \mathbf{C}([-h, 0], \mathbb{R}^n). \tag{1}$$

Здесь u -- скалярное управление, A_0, A_1, C_1 -- постоянные $n \times n$-матрицы, b — постоянный n-вектор, $h > 0$ — запаздывание, $\varphi(\cdot)$ -- непрерывно дифференцируемая начальная функция.

Пусть E_n — единичная матрица, $\mathbb{C}$ — множество комплексных чисел, $D(p) = A_0 + A_1 e^{-ph} + C_1 p e^{-ph} - pE_n$ — характеристическая матрица и $d(p) = \det D(p)$ — характеристический квазиполином системы (1), $p \in \mathbb{C}$. Набор корней $\sigma = \{p_i \in \mathbb{C}, \ i = 1, 2, \ldots, \}$ уравнения $d(p) = 0$ называют спектром системы (1).

Замкнем систему (1) регулятором с распределенным запаздыванием

$$u(t) = \sum_{i=0}^{m} (F_i x(t - ih) + \int_0^{ih} K_i(s) x(t-s) ds), \tag{2}$$

где F_i — постоянные n-векторы, $K_i(\cdot)$ — n-векторы с квазиполиномиальными компонентами, m — некоторое натуральное число. Параметры регулятора (2) выберем таким образом, чтобы замкнутая система оказалась асимптотически устойчивой, то есть будем решать задачу стабилизации системы (1).

Предложенный авторами подход к решению названной задачи основан [1] на приведении системы (1) к системе с конечным спектром (спектральная приводимость). Для системы (1) второго порядка ($n = 2$) выделены случаи, когда спектр замкнутой системы приводится к виду $\sigma' = \{p_i < 0,\ i = 1, 2\}$, через коэффициенты системы (1) выписаны компоненты векторов F_i и $K_i(\cdot)$ регулятора (2).

Вывод. При использовании регулятора с распределенным запаздыванием (2) условий полной управляемости [2] системы (1) второго порядка:

1) $\operatorname{rank}[D(p), b] = 2\ \forall \lambda \in \mathbb{C}$,

2) $\operatorname{rank}[b, C_1] = \operatorname{rank}[b, C_1 b]$,

достаточно для спектральной приводимости и стабилизируемости этой системы. Наличие распределенного запаздывания в регуляторе (2) существенно для реализации предложенной схемы замыкания системы (1).

Литература

1. *Карпук В.В., Метельский А.В.* Регулятор вырождения для систем второго порядка запаздывающего и нейтрального типов // Тр. Междунар. конф. "Проблемы управления и приложения (техника, производство, экономика)": в трех томах. Т. 2. Управление и оптимизация. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2005. С. 81–87.

2. *Карпук В.В., Метельский А.В., Минюк С.А.* Задачи идентифицируемости и управляемости для линейных автономных систем нейтрального типа второго порядка // Дифференц. уравнения. 2005. Т. 41, № 4. С. 455–463.