

УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ В МАТРИЧНЫХ ИМПУЛЬСАХ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМОЙ С ТЕРМИНАЛЬНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

С.Я. Гороховик

Белорусский государственный экономический университет, кафедра высшей математики,
Партизанский пр-т 26, 220070 Минск, Беларусь
kvm@bseu.by

Рассматривается дискретная система управления

$$x(t+1) = f(x(t), u(t), t), \quad t \in T, \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $u \in \mathbb{R}^r$ — вектор управления; $T := \{t_0, t_0+1, \dots, t_1-1\}$. Начальное состояние x_0 , а также начальный и конечный моменты времени t_0 и t_1 предполагаются фиксированными.

Последовательность векторов $u(\cdot) := \{u(t_0), u(t_0+1), \dots, u(t_1-1)\}$, удовлетворяющая ограничениям

$$u(t) \in U(t), \quad t \in T, \quad (2)$$

где $U(t)$, $t \in T$, — ограниченные подмножества из пространства $\mathbb{R}^r$, называется *допустимым управлением* системы (1).

Каждому допустимому управлению $u(\cdot)$ соответствует в силу системы (1) единственная последовательность $x(\cdot) = \{x(t) \mid t \in T \cup \{t_1\}\}$, которая называется *допустимой траекторией* системы управления (1).

На множестве допустимых траекторий рассматривается задача минимизации функционала

$$J_0(u) = \varphi(x(t_1)) \quad (3)$$

при ограничениях

$$J_i(u) = \varphi_i(x(t_1)) \leq 0, \quad i = 1, \dots, p. \quad (4)$$

Предполагается, что функции $f(x, u, t)$ и $\varphi_i(x)$, $i = 1, \dots, p$, — дважды непрерывно дифференцируемы по переменной x . Кроме того, предполагается, что множество скоростей системы (1) $f(x, U(t), t)$ выпукло при всех $t \in T$.

При сделанных предположениях для допустимых управлений устанавливается необходимое условие оптимальности первого порядка, которое по форме отличается от хорошо известного принципа максимума Понтрягина. Для каждого допустимого управления, удовлетворяющего данному необходимому условию оптимальности первого порядка, из множества всех допустимых управлений выделяется подмножество, так называемых, *критических* допустимых управлений. Доказывается необходимое условие оптимальности второго порядка, имеющее вид неравенства, которое выполняется на соответствующих критических допустимых управлениях. Данное необходимое условие оптимальности распространяет на задачи управления дискретной системой с ограничениями и является интегральным аналогом поточечного условия в матричных импульсах, доказанного ранее [1] для непрерывных задач управления без ограничений. Кроме того, представленные результаты обобщают более ранние результаты автора, опубликованные в статье [2].

Литература

1. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Особые оптимальные управления. М.: Наука, 1973.
2. Гороховик С.Я. Необходимые условия оптимальности особых управлений в дискретных системах с терминальными ограничениями // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. 1985. № 3. С. 35–40.