

О КОНСТРУКТИВНОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С ФАЗОВЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

М.Н.Гончарова

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы,

Ожешко, 22, 220023 Гродно, Беларусь

m.gonchar@grsu.by

Рассматривается управляемая система

$$\dot{y} = Ay + Bu, \quad (1)$$

где y — трехмерный вектор состояния объекта, u — трехмерный вектор управления, A, B — постоянные матрицы, причем $\text{rank } A = \text{rank } B = 3$. На управление наложено ограничение $u \in U = \{u = (u_1, u_2, u_3) \mid |u_i| \leq 1, i = 1, 2, 3\}$, а на состояние объекта — линейное фазовое ограничение. Требуется решить задачу оптимального быстрогодействия объекта (1) из произвольной начальной точки в начало координат.

Предполагается, что матрица A имеет три различных действительных собственных значения, и что в задаче выполнено условие общности положения.

С помощью линейного преобразования и замены управляющих переменных система (1) приводится к виду

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \lambda_1 x_1 + v_1, \\ \dot{x}_2 = \lambda_2 x_2 + v_2, \\ \dot{x}_3 = \lambda_3 x_3 + v_3, \end{cases} \quad (2)$$

где $\lambda_i, i = 1, 2, 3$, есть собственные значения матрицы A , а переменные управления $v_i, i = 1, 2, 3$, в пространстве переменных x_1, x_2, x_3 описывает параллелограмм Γ с гранями, не параллельными координатным плоскостям.

Решение поставленной задачи зависит от коэффициентов, определяющих границу фазового ограничения. Выделяются условия, при которых в множестве, определяющем фазовое ограничение, выделяются три непересекающихся множества: множество начальных положений, для которых решение поставленной задачи не существует, множество начальных положений, для которых фазовое ограничение не является существенным и множество начальных положений, для которых траектория, переводящая объект в начало координат, содержит интервал движения по границе фазового ограничения.

Для построения управления, переводящего исходную точку в начало координат, через каждую пару неколлинеарных нормалей к граням параллелограмма Γ проводим плоскости, проходящие через начало координат. Расположение построенных плоскостей определяет количество переключений управления, удовлетворяющего принципу максимума Понтрягина, а также последовательность его значений. В зависимости от положения начальной точки соответствующее решение имеет не более двух интервалов движения по границе фазового ограничения.

Оптимальность построенных управлений доказывается при помощи достаточных условий оптимальности [1] для линейной задачи быстрогодействия с фазовыми ограничениями.

При помощи обратного линейного преобразования траектории системы (1) восстанавливаются по траекториям системы (2).

Литература

1. Blagodatskikh V.I. Sufficient conditions for optimality in problems with state constraints // App. 1. Math.Optim. 1981. N. 7. P. 149–157.