О ВОССТАНОВЛЕНИИ $2D$-СИСТЕМЫ ПО ЕЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ МАТРИЦЕ

И.В.Гайшун [1], **В.В.Горячкин** [2]

[1] Институт математики НАН Беларуси, Сурганова 11, 220072 Минск, Беларусь
gaichun@im.bas-net.by

[2] Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики, 220050 Минск, пр. Независимости 4, Беларусь
Gorv@bsu.by

Пусть E, U, Y — конечномерные векторные пространства над полем действительных $\mathbb{R}$ или комплексных $\mathbb{C}$ чисел $A_j : E \to E$, $B_j : U \to E$, $C_j : E \to Y$ $(j = 0, 1, \ldots, N)$ — линейные операторы. Определим двухпараметрическую дискретную систему [1]:

$$x(t+1, c) = \sum_{j=0}^{N} A_j x(t, c+j) + \sum_{j=0}^{N} B_j u(t, c+j), \quad y(t, c) = \sum_{j=0}^{N} C_j x(t, c+j), \tag{1}$$

где $x(t, c) \in E$ — вектор состояния, $u(t, c) \in U$ — вектор входных воздействий, $y(t, c) \in Y$ — выходная функция.

По коэффициентам системы (1) построим полиномиальные матрицы

$$A(\delta) = \sum_{j=0}^{N} A_j \delta^j, \quad B(\delta) = \sum_{j=0}^{N} B_j \delta^j, \quad C(\delta) = \sum_{j=0}^{N} C_j \delta^j \tag{2}$$

формальной переменной δ и рассмотрим матрицы $D_i(\delta) = C(\delta)A(\delta)^{i-1}B(\delta)$ $(i = 1, 2, \ldots)$. Набор $(D_i(\delta))$ будем называть D-последовательностью системы (1). Не всякий набор полиномиальных матриц может служить D-последовательностью для какой-либо двухпараметрическлой системы вида (1). Известно [2], что если набор $(D_i(\delta))$ – D-последовательность какой-то $2D$-системы (1), то справедливо рекуррентное равенство

$$D_{r+i}(\delta) = -\sum_{j=0}^{r-1} a_j(\delta) D_{i+j}(\delta), \tag{4}$$

где r — положительное число, $a_0(\delta), a_1(\delta), \ldots, a_{r-1}(\delta)$ — многочлены переменной δ. В [2] показано, что для любого набора $(D_i(\delta))$ полиномиальных матриц $D_i(\delta)$ одинаковой размерности, удовлетворяющих рекуррентным соотношениям (4), можно построить управляемую и финитно наблюдаемую [1] двухпараметрическую дискретную систему, D-последовательность которой совпадает с набором $(D_i(\delta))$.

Пусть теперь двухпараметрическая дискретная система задана своей передаточной матрицей $V(z, \delta)$ с дробно-рациональными элементами, которая является правильной [2]. Требуется найти уравнения (1), обладающие свойством управляемости и финитной наблюдаемости и подчиняющиеся условию $C(\delta)(zI - A(\delta))^{-1}B(\delta) = V(z, \delta)$. Доказана

Теорема 1. *Если матрица $V(z, \delta)$ с дробно-рациональными элементами правильна, то существует управляемая и финитно-наблюдаемая система (1), имеющая передаточную матрицу $V(z, \delta)$.*

Литература

1. *Гайшун И.В.* Многопараметрические системы управления. Мн.: Навука і тэхніка, 1996.

2. *Гайшун И.В., Горячкин В.В.* Реконструкция двухпараметрической дискретной системы по ее передаточной матрице // Дифференц. уравнения. 2007. Т. 43. № 2. С. 259–266.