

ОБ ОДНОМ КРИТЕРИИ УПРАВЛЯЕМОСТИ НАЧАЛЬНЫХ ДАННЫХ ЛИНЕЙНЫХ РЕГУЛЯРНЫХ СИСТЕМ

В.И.Булатов

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики
Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

Рассмотрим стационарную систему

$$A_0 \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^r$, $t \in [0; +\infty[$; A_0, A и B — вещественные $n \times n$, $n \times n$ и $n \times r$ — матрицы соответственно.

Для заданного n -вектора x_0 начальное условие

$$x(0) = x_0 \quad (2)$$

системы (1) считаем управляемым, если для некоторого $t_0 > 0$ найдутся кусочно-непрерывная r -вектор-функция $u(t)$ и дифференцируемая n -вектор-функция $x(t)$, удовлетворяющие (1), (2) и соотношению $x(t_0) = 0$. Систему (1) будем называть регулярной, если

$$d(\lambda) = \det(\lambda A_0 - A) \neq 0. \quad (3)$$

Как следует из [1, 2], при выполнении (3) найдется $n \times n$ -матрица $\Phi(t)$, элементами которой являются квазиполиномы от t , удовлетворяющая регулярной неоднородной системе

$$\begin{cases} A_0 \dot{\Phi}(t) = A\Phi(t) + \frac{t^n}{n!}E, \\ \dot{\Phi}(t)A_0 = \Phi(t)A + \frac{t^n}{n!}E, \end{cases} \quad (4)$$

с начальными условиями $\Phi_{(0)}^{(k)} = 0$, $k = \overline{0, m}$, где m — степень ненулевого многочлена (3), а E — единичная матрица порядка n .

Полагая $F(t) = \Phi^{(m)}(t)$, последовательным дифференцированием уравнений (4) получаем, что $F(t)$ удовлетворяет регулярной системе

$$\begin{cases} A_0 \dot{F}(t) = AF(t) + \frac{t^{n-m}}{(n-m)!}E, \\ \dot{F}(t)A_0 = F(t)A + \frac{t^{n-m}}{(n-m)!}E, \\ F(0) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Имеет место

Теорема 1. Для того, чтобы начальное условие (2) регулярной системы (1) было управляемым, необходимо и достаточно, чтобы $\text{rank} G = \text{rank}[G; x_0]$, где $G = [\dot{F}(0)B; \ddot{F}(0)B; \dots; F^{(n)}(0)B]$, а $F(t)$ — является решением соответствующей неоднородной системы (5).

Литература

1. Булатов В.И. Условия совместности линейных неоднородных регулярных систем // Тр. Ин-та математики НАН Беларуси. 2001. Т. 9. С. 15–48.
2. Булатов В.И. Об одном критерии существования пешений линейных регулярных систем управления // Тр. Ин-та математики НАН Беларуси. 2001. Т. 10. С. 33–35.