

СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С РАЗРЫВНОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ В ПРЯМОМ ПРОИЗВЕДЕНИИ АЛГЕБР МНЕМОФУНКЦИЙ

Е.В. Шлыков

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

EugeneShlykov@gmail.com

Рассмотрим следующую задачу Коши в прямом произведении алгебр мнемофункций

$$\begin{cases} \dot{X}^i(t) = f^i(X^1(t), X^2(t)), \\ X^i(0) = x^i, \quad i = 1, 2, \quad t \in T = [0, a]. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $f^i : R^2 \rightarrow R$, $i = \overline{1, 2}$ разрывны на некоторой гладкой кривой $\varphi^i(x^1(t), x^2(t))$, $t \in T$, могут быть непрерывно продолжены из любой области непрерывности на ее границу и в каждой области непрерывности удовлетворяют условию Липшица по обоим переменным.

Исследование задачи (1) будем проводить в прямом произведении алгебр мнемофункций [1]. В этом случае под ассоциированным решением исходной задачи будем понимать поточечный предел следующей конечно-разностной задачи с осреднением

$$\begin{cases} X_n^i(t + h_n) - X_n^i(t) = f_n^i(X_n^1(t), X_n^2(t))h_n, \\ X_n^i|_{t \in [0, h_n)} = X_{n0}^i(t), \quad t \in T, \quad T \subset R, \quad i = 1, 2. \end{cases}$$

Здесь

$$f_n^i = f^i * \rho_n, f_n^i(x_1, x_2) = (f^i * \rho_n) = \int_0^{1/n} \int_0^{1/n} f^i(x_1 + s_1, x_2 + s_2) \rho(s_1, s_2) ds_1 ds_2,$$

$$\text{supp } \rho_n(t) \subset [0, 1/n] \times [0, 1/n], \quad \rho_n \in C^\infty(R^2), \quad \int_0^{1/n} \int_0^{1/n} \rho_n(s_1, s_2) ds_1 ds_2 = 1, \quad \rho_n \geq 0.$$

Для описания ассоциированных решений задачи в алгебре мнемифункций нам понадобится следующая система дифференциальных включений

$$\begin{cases} \dot{X}^i(t) \in F^i(X^1(t), X^2(t)), \\ X^i(0) = x^i, \quad i = 1, 2, \quad t \in T = [0, a], \end{cases} \quad (2)$$

где функции F^i получаются из функций f^i методом простейшего выпуклого доопределения [2].

Ассоциированные решения задачи (1) в этом случае описываются через соответствующие решения системы (2).

Литература

1. Лазакович Н.В., Шлыков Е.В. Системы дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами в прямом произведении алгебр мнемифункций // Докл. НАН Беларуси. 2007. Т 51, № 6. С. 21–24.
2. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М., Наука. 1985. С. 224.