СТРУКТУРА РЕШЕНИЙ ОБОБЩЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Р.М. Таций [1], М.Ф. Стасюк [1], О.О. Власий [2]

[1] Львовский гос. ун-т безопасности жизнедеятельности, Клепаровская 35, 71000 Львов, Украина

[2] Прикарпатский нац. ун-т им. В.Стефаника, Шевченка 57, 76025 Ивано-Франковск, Украина
olesyav@ukr.net

Рассмотрим обобщенную дифференциальную систему:

$$\overline{Y}'(x) = \left(\sum_{k=0}^{n-1} A_k(x)\Theta_k + \sum_{k=0}^{n} C_k\delta_k(x)\right)\overline{Y}(x) + \sum_{k=0}^{n-1} \overline{R}_k(x)\Theta_k + \sum_{k=0}^{n} \overline{S}_k\delta_k(x), \tag{1}$$

где $\overline{Y}(x)$ — неизвестная m-мерная вектор-функция; $\delta_k(x)$ — функция Дирака с носителем в точке x_k; Θ_k — характеристическая функция интервала $[x_k; x_{k+1})$, $k = \overline{0, n-1}$, $x_k \in \mathbb{R}$, $k = \overline{0,n}$, причем $x_0 < x_1 < \ldots < x_n$; $A_k(x)$ и $\overline{R}_k(x)$ — соответственно $m \times m$ матрица-функция и m-мерная вектор-функция, все элементы которых принадлежат пространству непрерывных на $[x_k; x_{k+1})$ функций, $k = \overline{0, n-1}$; $C_k \in \mathbb{R}^{m\times m}$ и $\overline{S}_k \in \mathbb{R}^m$, $k = \overline{0,n}$.

Заметим, что равенство (1) понимается в смысле теории обобщенных функций [1].

Систему (1) будем рассматривать вместе с начальным условием:

$$\overline{Y}(x_0) = \overline{Y}_0. \tag{2}$$

Пусть $\widetilde{B}_k(x,s)$ — фундаментальная матрица системы $\overline{Y}'(x) = A_k(x)\overline{Y}(x)$, будем считать ее известной.

Теорема 1. *Фундаментальная матрица однородной системы, соответствующей системе (1), вычисляется по формуле*

$$B(x,x_0) = \sum_{k=0}^{n-1} B_k(x,x_0)\Theta_k,$$

где матрицы $B_k(x,x_0)$ определяются рекурентными соотношениями:

$$B_0(x,x_0) = \widetilde{B}_0(x,x_0)\widetilde{C}_0, \quad x \in [x_0; x_1);$$

$$B_k(x,x_0) = \widetilde{B}_k(x,x_k)\widetilde{C}_k B_{k-1}(x_k - 0, x_0), \quad x \in [x_k; x_{k+1}), \quad k = 1, \ldots, n-1;$$

если $x = x_n$, то

$$B(x_n,x_0) = B_n(x_n,x_0) = \widetilde{C}_n B_{n-1}(x_n - 0, x_0);$$

здесь $\widetilde{C}_k = E + C_k, k = \overline{0,n}$, E — единичная матрица m-го порядка.

Теорема 2. *Решение задачи (1), (2) представляется в виде:*

$$\overline{Y}(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \left(\widetilde{B}_k(x,x_k)\overline{P}_k + \int_{x_k}^{x} \widetilde{B}_k(x,s)\overline{R}_k(s)ds \right)\Theta_k,$$

где векторы $\overline{P}_k$ определяются из соотношений:

$$\overline{P}_k = B(x_k,x_0)\overline{P}_0 + \sum_{j=1}^{k} B(x_k,x_j)\overline{Z}_j,$$

$\overline{Z}_j = \widetilde{C}_j \int_{x_{j-1}}^{x_j} \widetilde{B}_{j-1}(x_j,s)\overline{R}_{j-1}(s)ds + \overline{S}_j$, $j = \overline{1, n-1}$, $\overline{P}_0 = \widetilde{C}_0\overline{Y}_0 + \overline{S}_0$.

Литература

1. *Стасюк М.Ф., Тацій Р.М* Матричні інтегральні рівніння та диференціальні системи з мірами // Вісник НУ "Львівська політехніка": Сер. "Фіз.-мат. науки". 2006. № 566. С. 33–40.