О СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ОДНОГО КЛАССА ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМИ ЯДРАМИ

О.Ю. Кушель

Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Беларусь
kushel@mail.ru

Пусть вполне непрерывный линейный интегральный оператор A действует либо в про-
странстве $L_p[a,b]$ $(1 \leqslant p < \infty)$, либо в пространстве непрерывных функций $C[a,b]$ по
формуле:

$$Ax(t) = \int\limits_a^b k(t,s)x(s)\,ds.$$

Второе ассоциированное ядро к ядру $k(t, s)$ определяется следующим образом:

$$k \wedge k(t_1,\ t_2,\ s_1,\ s_2) = \begin{vmatrix} k(t_1,\ s_1) & k(t_1,\ s_2) \\ k(t_2,\ s_1) & k(t_2,\ s_2) \end{vmatrix}.$$

Теорема 1. *Пусть ядро $k(t, s)$ линейного вполне непрерывного оператора A положительно почти всюду на квадрате $[a, b]^2$. Пусть второе ассоциированное ядро $k \wedge k(t_1,\ t_2,\ s_1,\ s_2)$ положительно почти всюду на декартовом квадрате некоторого измеримого множества $W \subset [a, b] \times [a, b]$, обладающего следующими свойствами:*

1) $\mu(W \cap \widetilde{W}) = 0$;

2) $\mu(([a, b] \times [a, b]) \setminus (W \cup \widetilde{W})) = 0$. (*Здесь* $\widetilde{W} = \{(t_2, t_1) :\ (t_1, t_2) \in W\}$).

Тогда два первых по абсолютной величине собственных значения оператора A будут положительными, простыми и отличными по модулю друг от друга.

В случае оператора, действующего в пространстве $C[a, b]$, ядро $k(t, s)$ полагается положительным на $[a, b]^2$, второе ассоциированное ядро $k \wedge k(t_1,\ t_2,\ s_1,\ s_2)$ — положительным на декартовом квадрате множества $W \setminus \Delta$, где Δ задается формулой $\Delta = \{(t, t), t \in [a, b]\}$, а W — компактное множество, удовлетворяющее следующим условиям:

1') $\mu(W \cap \widetilde{W}) = 0$;

2') $([a, b] \times [a, b]) \setminus (W \cup \widetilde{W}) = \varnothing$.

Литература

1. *Гантмахер Ф.Р., Крейн М.Г.* Осцилляционные матрицы и ядра и малые колебания механических систем. Москва, 1950.

2. *Забрейко П.П., Кушель О.Ю.* Теорема Гантмахера — Крейна для бинеотрицательных операторов в пространствах функций // Докл. НАН Беларуси. 2006. Т. 50. N. 3. С. 9–15.